C.l. in Scienze Biologiche, **Simulazione secondo esonero**

gennaio 2020 dott. J. E. Massetti, durata: **90 minuti**

1) Sul suo dominio di definizione, la funzione $f(x) = (x-1)^3$ è:

A. strettamente crescente ; B. concava ;
C. convessa D. strettamente decrescente

---

2) Nel semipiano delle x positive, l'area compresa tra la retta $y = 2x$ e la parabola $y = x^2$ è uguale a:

A. $\frac{4}{3}$; B. $\frac{8}{3}$; C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{16}{3}$

---

3) Sia $f(x) = 2\log(1+x^2)$. Il valore di $f^{(5)}(0)$ è:

A. $\frac{2}{5}$ B. -$\frac{2}{5}$ C. 0 D. $\frac{4}{25}$.

---

4) Calcolare i seguenti limiti di funzione

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x^2)}{\arctan x \log(1+4x)} = \ldots\ldots \qquad ; \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{\sin x + \cos x}{e^x} = \ldots\ldots$$

---

5) Sia $f(x) = x^3 e^{x^4}$. La funzione $F(x)$ tale che $F'(x) = f(x)$ e $F(2) = \log 3$ è

$$F(x) = \ldots\ldots\ldots$$

---

6) Dimostrare che l'equazione $x^3 + x + 1 = 0$ ha almeno una soluzione reale.

Suggerimento: applicare il Teorema di Lagrange a un opportuno intervallo

7) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{2x} t \log(t^2 + 2) \\ x(0) = 3 \end{cases} .$$

Per quali tempi è definita la soluzione? Svolgimento

8) Calcolare il seguente limite, utilizzando opportunamente gli sviluppi di Taylor:

$$\lim_{x \to +\infty} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) - x$$