ISTITUZIONI DI MATEMATICHE
Esercitazione 2

23 ottobre 2019

Esercizio 1. Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \frac{n}{n+1}, \quad n = 1, 2, \dots \right\}.$$

Dimostrare che $\sup A = 1$ sfruttando la monotonia della successione avente termine generale $a_n = \frac{n}{n+1}$.

Esercizio 2 (*)**.** Si consideri l'insieme

$$B = \left\{ \frac{n+1}{n}, \quad n = 1, 2, \dots \right\}.$$

Dimostrare che $\inf B = 1$ sfruttando la monotonia della successione avente termine generale $b_n = \frac{n+1}{n}$.

Esercizio 3. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

(a) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{2n^2}{n^2+1}$

(b) $\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-1}\right)$

(c) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{\sin(n^6)}{n^6}$

(d) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{3^n+4^n+5^n}{5^n}$

(e)* $\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)$

(f)* $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{\log(e^{4n})}{4n}$

(g)* $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$

Esercizio 4. Calcolare i seguenti limiti di successione (usando il confronto di infinito):

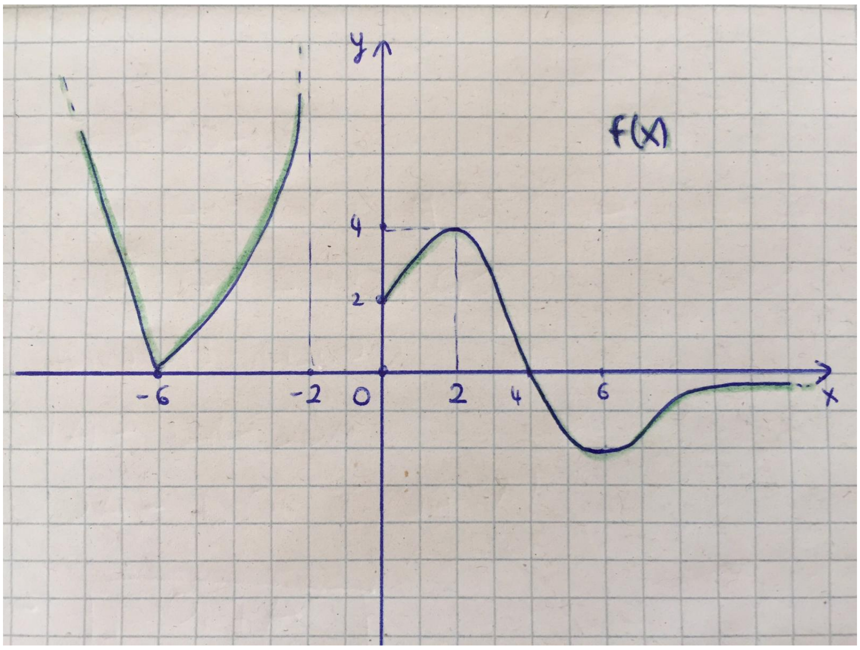
(a) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{n!\, n^2}{e^{2n} \log n}$

(b) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{n^{100} + \log n + 10n}{e^n}$

(c) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{\log(1+n) + n^2 + 2n + 1}{(1+n)^2}$

(d)* $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{e^{5n} + \log(5n) + n^5}{e^{6n} + n^{6000}}$

Esercizio 5. Si consideri la funzione $f(x)$ data dal seguente grafico



(a) Determinarne il dominio e l'immagine.

(b) Determinare $f([-6,-2))$, $f((0,4))$ e $f([4,+\infty))$.

(c) Determinare $f^{-1}(4)$ e $f^{-1}((0,+\infty))$.

(d) Determinare eventuali massimi e minimi locali e globali di $f(x)$.

(e) La funzione è monotona in $[-6,-2)$? E' iniettiva? E in $[4,+\infty)$?