

# ISTITUZIONI DI MATEMATICHE

## Esercitazione 3

30 ottobre 2019

**Esercizio 1.** Mostrare che se  $a_n$  e  $b_n$  sono due successioni infinitesime e asintoticamente equivalenti, allora  $\sin a_n \sim \sin b_n$ .

**Esercizio 2.** Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{1}{n} - \tan \frac{1}{n}}{(1 - \cos \frac{1}{n})^2}$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{3n}{3n-1} \right)^{6n-2}$$

$$(c) \lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 \log_2 \left( 1 + \frac{1}{4n^3} \right)$$

$$(d) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 \cos \frac{1}{n} - n^2}{\arctan \frac{1}{n}}$$

$$(e^*) \lim_{n \rightarrow +\infty} n \log \left( 1 + \frac{1}{2n^2 \sin \frac{1}{n}} \right)$$

$$(f^*) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} \log \left( \frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt{n}} \right)$$

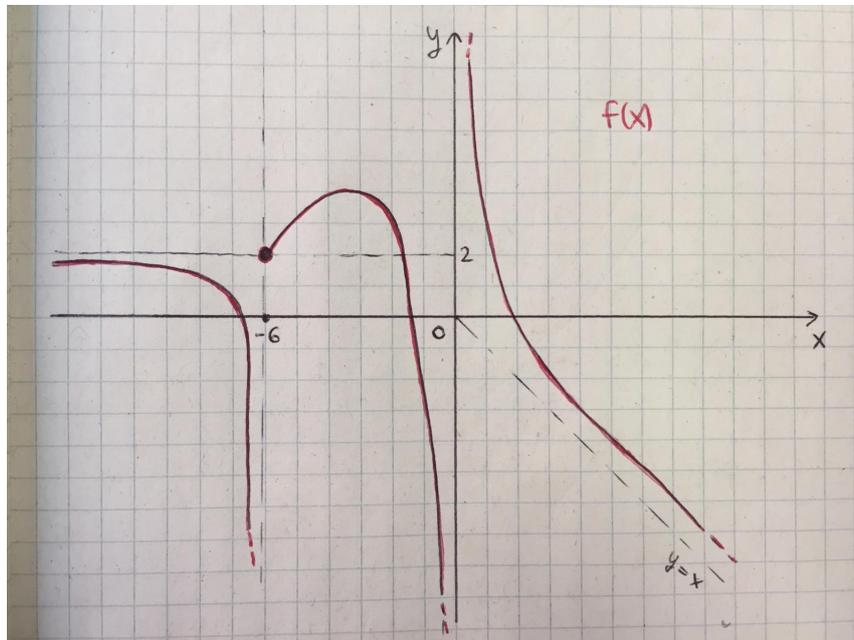
$$(g^*) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3}{2n^3 + 4n^7 \sin n^{-4}}$$

$$(h^*) \lim_{n \rightarrow +\infty} (1 - e^{\frac{1}{2n}}) 4n$$

**Esercizio 3.** Calcolare i seguenti limiti:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x^2 - 9)}{2(x-3)(x+3)}$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x^3}{\sqrt{x}}$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^2 \cos \frac{1}{1-x}$
- (d\*)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^5 \log_2(1+x^3)}{x^8 + 10x^{10}}$

**Esercizio 4.** Si consideri la funzione  $f(x)$  data dal seguente grafico



Determinare i seguenti limiti:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow -6^-} f(x)$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow -6^+} f(x)$
- (d)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$
- (e)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

$$(f) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

**Esercizio 5.** (\*) Disegnare il grafico di una funzione  $f(x)$  che soddisfi le seguenti proprietà:

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 4^-, \quad \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1^+, \quad f(0) = 2.$$