

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE

Esercitazione 5

13 novembre 2019

Esercizio 1. Si consideri la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{se } x \geq 0 \\ x + b & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Stabilire per quali valori dei parametri a e b la funzione è continua e per quali è derivabile in \mathbb{R} .

Esercizio 2. Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{x+1} - 2x^2 - 1 & \text{se } x \leq -1 \\ \log(2+x) + x^3 + x & \text{se } x > -1. \end{cases}$$

Esercizio 3 (*). Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x + e^x & \text{se } x < 0 \\ x^3 + x + 1 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Esercizio 4. Si considerino le seguenti funzioni:

$$g(x) = 2 - x^2 \quad \text{e} \quad f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{se } x \leq 1 \\ \log x & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Sia $F(x) = (f \circ g)(x)$. Calcolare $F'(2)$.

Esercizio 5 (*). Sia $f(x) = \frac{x \log(1+x^2)}{e^{\sqrt{x}}}$. Calcolare $f'(1)$.

Esercizio 6. Studiare la monotonia della funzione $f(x) = e^x + \arctan x + x$ e calcolare la derivata dell'inversa $f^{-1}(y)$ nel punto $y = 1$.

Esercizio 7. Studiare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$e^{-x} - \log(x + 1) > 0$$

usando il metodo grafico.

Esercizio 8 (*). Determinare l'insieme di definizione e gli zeri (graficamente) della funzione $f(x) = \log(x) - \arctan(x - 1)$ e studiarne la monotonia.

Esercizio 9. Calcolare la derivata delle seguenti funzioni:

(a) x^x

(b) $\log(x^2 + 1) - e^\pi$

(c) $\frac{\sin x}{\cos x - 1}$

(d) $\sqrt{x} \log x + x^2 e^x$

(e) $\frac{x e^x}{x^2 + 1}$

(f) $\frac{\sqrt[3]{x^2} + \cos x}{e^x + 1}$

(g*) $e^x \cos x$

(h*) $e^{2x^3 + 5x}$

(i*) $\frac{1 - e^x}{1 + e^x}$

Esercizio 10. Dimostrare, usando il Teorema di Lagrange, che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt[3]{\log(x + 1)} - \sqrt[3]{\log(x)}] = 0.$$