

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE

Esercitazione 6

22 novembre 2019

Esercizio 1. Studiare la continuità e la derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti usando il teorema di De l'Hôpital:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x}}{\arctan x - \frac{\pi}{2}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2} - x}}{\cos x}$

(c*) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(\arctan x + \frac{\pi}{2} \right)$

(d*) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^3 + 1}{\log(-x)}$

Esercizio 3. Studiare concavità, convessità e punti di flesso delle seguenti funzioni:

(a) $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

(b) $f(x) = x e^{-\frac{x^2}{2}}$

(c*) $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$

(d*) $f(x) = x|x|$

Esercizio 4. Studiare dominio, segno, monotonia, concavità e convessità, asintoti e grafico delle seguenti funzioni:

(a) $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$

(b) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$

(c*) $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$