Istituzioni di Matematiche - CdL Scienze Biologiche, Univ. Roma Tre
Scheda Esercizi 1 - AA 2020-21

Esercizio 0. Mostrare che, dati $a, b \geq 0$, se $a \leq b \Rightarrow a^2 \leq b^2$.

Soluzione: se $a \leq b \Longrightarrow a^2 \leq ab \leq b^2$, poiché $a \leq b$.

Esercizio 1. Siano $a = \frac{1+\sqrt{26}}{2}$ e $b = \frac{2+\sqrt{17}}{2}$. Stabilire se è vero che $a < b$.

Soluzione:

$$a < b \Leftrightarrow 1 + \sqrt{26} < 2 + \sqrt{17} \Leftrightarrow \sqrt{26} < 1 + \sqrt{17} \Leftrightarrow 26 < 18 + 2\sqrt{17} \Leftrightarrow 4 < \sqrt{17}$$

che è vero.

Esercizio 2. Siano

$$A = [-2, 0) \cup (2, 4),\ B = [-\frac{7}{4}, 2) \cup (3, +\infty),\ C = (-\infty, -1] \cup [2, \frac{8}{3}].$$

Descrivere con la simbologia i sottoinsiemi A, B, C e stabilire se sono superiormente/inferiormente limitati e determinarne i rispettivi sup / inf ed eventuali max / min.

Indicazioni Soluzione:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < 0 \text{ oppure } 2 < x < 4\}$$
$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{7}{4} \leq x < 2 \text{ oppure } 3 < x < +\infty\right\}$$
$$C = \left\{x \in \mathbb{R} : -\infty < x \leq -1 \text{ oppure } 2 \leq x \leq \frac{8}{3}\right\}$$

A e B sono inferiormente limitati ed hanno minimo $\min A = -2$ $\min B = -\frac{7}{4}$, mentre C è illimitato inferiormente, pertanto non ha minimo, $\inf C = -\infty$. A, C sono superiormente limitati con $\sup A = 4$, ma questo non è un max poiché $4 \notin A$ mentre $\max C = \frac{8}{3}$.

Esercizio 3. Scrivere i "primi" 4 elementi dei seguenti insiemi e determinare inf / sup di ognuno

$$A = \left\{\frac{n}{1+n} : n \in \mathbb{N}\right\}, \quad B = \left\{\frac{1+n}{n} : n \geq 1, n \in \mathbb{N}\right\}, \quad C = \left\{\frac{1}{n} - n : n \geq 1, n \in \mathbb{N}\right\}.$$

Esercizio 4. Qual è l'insieme di definizione della funzione $f(x) = \frac{1}{|2-x|+2}$?