Cognome............................ **Nome**........................ **Matricola**..................

Istituzioni di Matematiche, C.l. in Scienze Biologiche, **Appello John Stockton**

25 gennaio 2021 dott. J. E. Massetti, durata: **120 minuti**

E' consentito l'uso di appunti, libri, bianchetto, penna di qualsiasi colore. Non è consentito l'uso di calcolatrice e telefoni, smart o non smart.

Parte 1

Si risponda ai seguenti quesiti. **Una sola** risposta è corretta. Rispondere correttamente ad almeno 5 dei seguenti quesiti è condizione necessaria per superare la parte scritta.

1) L'equazione

$$\frac{4}{2^x-1}+\frac{3}{2^x+1}=5$$

è soddisfatta:

A. $\forall x \in \mathbb{R}$; B. $x=1$; C. $x=0$; D. Per nessun x.

---

2) La funzione $(2-\sqrt{3})^x$ è:

A. Decrescente in $\mathbb{R}$; B. Definita per $x \geq 0$;
C. Interseca l'asse delle ordinate nel punto di ascissa $x=1$; D. Sempre negativa .

---

3) Il dominio di definizione di $\sqrt[3]{x^2-4}$ è

A. $\forall x \in \mathbb{R}$; B. $\forall x \neq \pm 2$; C. $x>2$; D. $x \leq -2 \vee x \geq 2$.

---

4) Quale delle seguenti affermazioni è falsa:

A. L'equazione $|x-4|=-3$ è impossibile; B. $|x-9|=|9-x|$;
C. Se $|x-6|=4$ allora $x=\pm 2$; D. $|x^2-2x|+|x-1|=1$ per $x=1$.

---

5) $2^{50}\cdot(\frac{1}{2})^{50}=$

A. 2^{100}; B. $(\frac{1}{2})^{100}$; C. 0 ; D. 1.

---

6) Quali delle seguenti rette è parallela a $4x-3y-2=0$

A. $-8x+6y-1=0$; B. $y=\frac{3}{4}x+5$;
C. $4x+3y=0$; D. $8y+6x-1=0$.

---

7) Se $\log_a 3=7$ allora

A. $a=\sqrt[7]{3}$; B. $a=\sqrt[3]{7}$; C. $a=3^7$; D. $a=7^3$.

---

8) L'equazione $9^x-3=2\cdot 3^x$ è soddisfatta per

A. $x=1$; B. $x=0$; C. $x=2$; D. $x=3$.

Parte 2 (18 punti)

Rispondere ai seguenti quesiti. **Una sola** risposta è quella corretta.
Risposta giusta: 3 punti. Risposta sbagliata: -1 punto. Risposta non data: 0 punti.

1) Sia data la funzione $f(x) = \cos^2\left(e^{3x+5}\right)$, allora la sua derivata prima in $x = 0$ vale

A. $-6e^5 \cos(e^5) \sin(e^5)$; B. $6e^5 \cos(e^5) \sin(e^5)$;

C.$-2e^5 \cos(e^5) \sin(e^5)$; D. $2e^5 \cos(e^5) \sin(e^5)$;.

---

2) Sia $f(x) = e^{x^2}$. Il valore di $f^{(6)}(0)$ è

A. $\frac{1}{6}$ B. 120 C. 720 D. 0

---

3) Le soluzioni della disequazione $|\log x| < 9 - x^2$ hanno la forma di

A. un intervallo limitato; B. un intervallo non limitato;
C. l'unione di due intervalli; D. l'insieme vuoto.

---

4) Sia $f(x) = \dfrac{3^x - x^3}{3^{x+1} - \log_3 x}$ allora

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) \quad \text{e} \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)$$

valgono rispettivamente

A. 0 e $\dfrac{1}{3}$; B. $+\infty$ e 1; C. 0 e 1; D. $+\infty$ e $\dfrac{1}{3}$.

---

5) Determinare l'insieme di definizione e gli asintoti della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-9}}$$

Insieme di definizione: ....

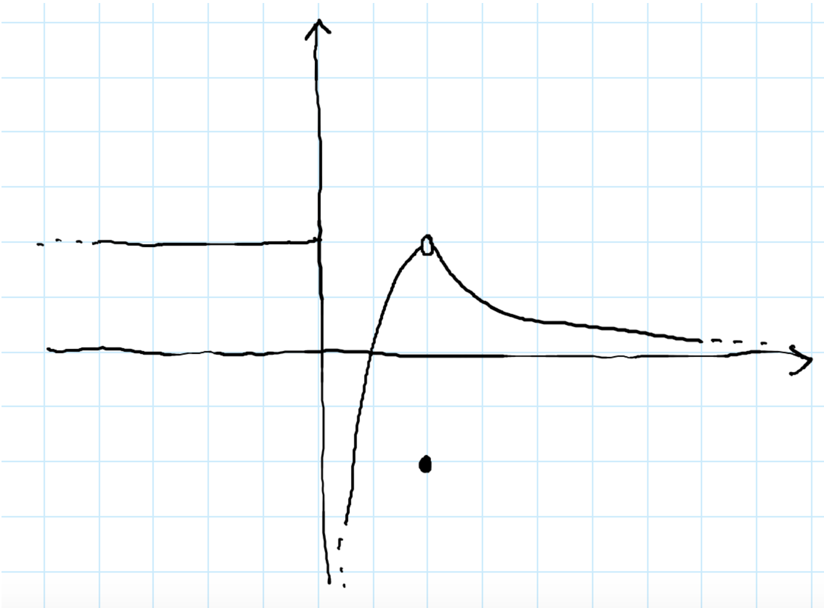
Asintoti: ....

---

6) La funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log|x| & \text{se } x \le -1 \\ 3 - 2^x & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

A. è limitata superiormente; B. è decrescente in $(0, +\infty)$;
C. ha asintoto orizzontale a $-\infty$; D. è iniettiva.



Parte 3 (15 punti)

Risolvere i seguenti **tre esercizi**.

1) (6 punti) Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

- Il dominio è:
- Determinare le seguenti immagini: $f(2)$ $\qquad$ $f((3, +\infty))$ $\qquad$ $f((-\infty, 0))$
- Determinare le seguenti controimmagini: $f^{-1}(2)$ $\qquad$ $f^{-1}((-\infty, 1))$ $\qquad$ $f^{-1}((4, +\infty))$
-

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \qquad \lim_{x \to 2} f(x) = \qquad \lim_{x \to 1} f(x) =$$

- Una sola delle seguenti affermazioni è sbagliata, indicarla:
  - $x = 2$ è punto di minimo locale
  - $f'(x) = 0 \quad \forall x \in (-\infty, -1)$
  - $f(x)$ è definitivamente positiva per $x \to 2$
  - $f(x)$ ammette limite per $x \to 0$
  - $f(x)$ amette limite per $x \to 2$

---

2)(3 punti) Determinare il vettore $\mathbf{v}$, perpendicolare a $(4, 1)$, tale che $|\mathbf{v}| = 1$ e tale che la prima componente sia positiva.

Breve svolgimento:

3)(6 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x}}.$$

1. Determinare il dominio, i limiti agli estremi del dominio, il segno
2. Determinare gli eventuali punti di massimo/minimo
3. Tracciare un grafico qualitativo
4. Calcolare l'area compresa tra il grafico della funzione e le rette $y = 0$, $x = e$, $x = e^2$.

Breve svolgimento: