Cognome............................ **Nome**....................... **Matricola**..................

Istituzioni di Matematiche, C.l. in Scienze Biologiche, **Appello Sue Bird**

7 aprile 2021 dott. J. E. Massetti, durata: **120 minuti**

E' consentito l'uso di appunti, libri, bianchetto, penna di qualsiasi colore. Non è consentito l'uso di calcolatrice e telefoni, smart o non smart.

Parte 1

Si risponda ai seguenti quesiti. **Una sola** risposta è corretta. Rispondere correttamente ad almeno 5 dei seguenti quesiti è condizione necessaria per superare la parte scritta.

1) L'equazione $2^x = \cos(x)$

A. Ha infinite soluzioni ; B. ha un'unica soluzione;
C. non ha alcuna soluzione ; D. Ha due soluzioni, di segno opposto.

---

2) La disequazione $\sqrt{x^2 - x} < x + 1$ ha soluzione:

A. $\forall x \in \mathbb{R}$; B. $-\frac{1}{3} < x \leq 0 \vee x \geq 1$; C. $x > \frac{1}{3}$; D. $x \leq 0 \vee x \geq 1$.

---

3) Se $\log_3 x = 12$, allora

A. $x = 36$; B. $x = 12^3$; C. $x = 3^{12}$; D. $x = 4$.

---

4) Il coefficiente angolare della retta di equazione $2y - 3x + 2 = 0$ è

A. 3 B. -3 C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{2}{3}$

---

5) $(2^5)^3 =$

A. 2^{125}; B. 10^3; C. 2^{15} ; D. 30.

---

6) La parabola di equazione $y = 3x^2$ passa per il punto di coordinate

A. $(0, 0)$ B. $(2, 3)$ C. $(12, 2)$ D. $(3, 1)$

---

7) La funzione $f(x) = \sqrt{\frac{9-x}{x-1}}$ è definita per:

A. $x \leq 9$ B. $1 \leq x \leq 9$ C. $x < 1 \vee x \geq 9$ D. $1 < x \leq 9$

---

8) $\sqrt{4(a^2 - b^2)} =$

A. $2(a - b)(a + b)$ B. $2(a - b)$

C. $2\sqrt{(a - b)(a + b)}$ D. $4\sqrt{(a - b)(a - b)}$

Parte 2 (15 punti)

Rispondere ai seguenti quesiti.
Per la risposta multipla **Una sola** risposta è quella corretta ed è inteso il seguente punteggio.
Risposta giusta: 3 punti, Risposta sbagliata: -1 punto, Risposta non data: 0 punti.
La risposta secca "..." non comporta penalità in caso di errore.

1) Nell'intervallo $(-\infty, -1)$, la funzione

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \log|x|$$

è

A. crescente e convessa; B. decrescente e convessa;

C. crescente e concava; D. decrescente e concava.

---

2) L'area della parte di piano sotto il grafico di $y = 5 - x$ e sopra il grafico di $y = \dfrac{4}{x}$ vale

A. $\dfrac{15}{2} - 4\log 4$; B. $\dfrac{17}{2} - 4\log 4$; C. $\dfrac{15}{2} + 4\log 4$; D. $\dfrac{17}{2} + 4\log 4$.

---

3) La funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-4}}{\log(x+2)}$$

A. ha asintoto orizzontale a $+\infty$; B. è positiva nell'intervallo $(-2, -1)$;

C. ha insieme di definizione l'intervallo $(-2, +\infty)$; D. ha asintoto verticale $x = -2$.

---

4) Sia $f(x) = e^x + \arctan x + x$. Il valore della derivata dell'inversa $f^{-1}(y)$ nel punto $y = 1$ è

A. $\frac{1}{e+\frac{3}{2}}$; B. $\frac{1}{3}$; C. $f(x)$ non è invertibile; D. 3.

---

5) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n = ...$$

Parte 3 (16 punti)

Risolvere i seguenti **due esercizi**.

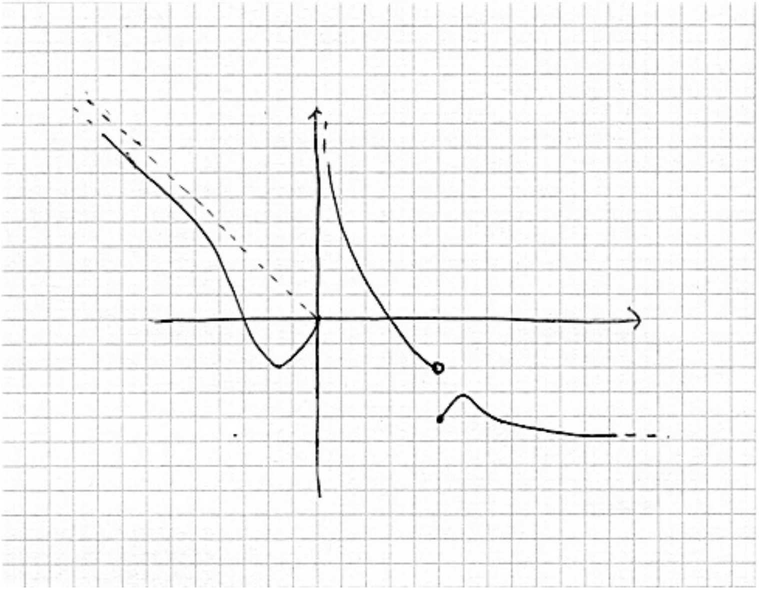
1)(8 punti) I seguenti punti 1. e 2. sono indipendenti.
Sia data la funzione

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}.$$

1. Stabilire se f possa essere estesa con continuità a tutto $\mathbb{R}$ e scrivere l'eventuale estensione continua $\tilde{f}(x)$
2. Data $g(x) = \log(x)$, si consideri la funzione composta $H(x) = (g \circ f)(x)$ sull'intervallo $(0, +\infty)$.
- Calcolare la derivata di $H(x)$
- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $H(x)$ nel suo punto di ascissa $x = 1$.

Svolgimento:

2) (8 punti) Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.



1. Il dominio di definizione di $f(x)$ è:
2. Determinare l'insieme degli x tali che $f(x) \leq 0$: e $f'(x) \leq 0$:
3. Determinare le seguenti immagini di intervalli:

$$f((0,1)) = \ldots\ldots \qquad f((-\infty,0)) = \ldots\ldots \qquad f((5,+\infty)) = \ldots\ldots$$

4. Determinare le seguenti contro-immagini:

$$f^{-1}(0) = \ldots\ldots\ldots \qquad f^{-1}((-5,-3]) = \ldots\ldots \qquad f^{-1}((0,+\infty)) = \ldots\ldots$$

5.
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \ldots \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = \ldots \qquad \lim_{x\to5^+} f(x) = \ldots$$

6. Determinare i punti di discontinuità di f e stabilire se si tratta di discontinuità eliminabile. Giustificare la risposta.
7. Sapendo che $f(x) \sim -x$ per $x \to -\infty$ allora il limite $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{3x} = \ldots$