

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Istituzioni di Matematiche, C.l. in Scienze Biologiche, Esonero Antetokounmpo

16 novembre 2021 dott. J. E. Massetti, durata: **90 minuti**

**Leggere con attenzione le istruzioni riportate in questa prima pagina.** Non sfogliare il questionario prima dell'inizio della prova.

1. La prova consiste di Tre parti: **Parte 1:** 8 quesiti a scelta multipla: rispondere esattamente ad almeno 6 di questi 8 è condizione necessaria per passare l'esonero. Le risposte corrette date in questa parte non hanno alcun punteggio. **Parte 2:** 4 quesiti a scelta multipla, ogni risposta corretta vale 3 punti. **Parte 3:** due domande a svolgimento e un grafico da interpretare
2. Al termine della prova andranno riconsegnate **tutte** le pagine del test. Per la "brutta" potete usare i vostri fogli (non vanno consegnati)
3. Nei quesiti a scelta multipla UNA e SOLO UNA risposta è quella corretta
4. Per ogni quesito il candidato dovrà indicare la risposta esatta, ponendo la lettera ad essa corrispondente **in stampatello maiuscolo** nella relativa casella della griglia riportata su questa pagina Ogni risposta sbagliata o mancante vale **0 punti**. Non sono ammesse correzioni o cancellature sulla griglia (si consiglia quindi di trascrivere le risposte sulla griglia negli ultimi minuti a disposizione, dopo averle preventivamente evidenziate a fianco del testo degli esercizi).
5. Si supera la prova se si totalizzano almeno 16 punti.
6. E' consentito l'uso di appunti, libri, bianchetto, penna di qualsiasi colore. Non è consentito l'uso di calcolatrice.
7. È severamente vietato avere con sé al banco telefoni cellulari.

Sequenza delle risposte <b>Parte 1</b>							
1:	2:	3:	4:	5:	6:	7:	8:

Sequenza delle risposte <b>Parte 2</b>			
1:	2:	3:	4:

## Parte 1

- La disequazione  $3x - \frac{1}{4} < 8 - \frac{2x}{3}$  è verificata per
  - $x < \frac{9}{4}$
  - $x > \frac{9}{4}$
  - $x \leq \frac{9}{4}$
  - $x < \frac{27}{8}$
  - nessun valore reale di  $x$
- Nell'intervallo  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  la disequazione  $\tan(x) > 0$  è
  - sempre verificata
  - verificata solo se  $0 < x < \frac{\pi}{2}$
  - mai verificata
  - verificata solo se  $0 < x \leq \frac{\pi}{4}$
  - verificata solo se  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$
- Verlaine, Rimbaud e Baudelaire fanno serata à la Closerie des Lilas, sorseggiando assenzio. Considerando che sul loro tavolo resteranno 21 bicchieri vuoti, che Baudelaire era notoriamente astemio e che Rimbaud era solito bere il doppio di quanto bevesse Verlaine, quanti bicchieri d'assenzio ha bevuto quest'ultimo?
  - non ci sono dati sufficienti per poter rispondere
  - 7
  - 14
  - 10,5
  - le altre affermazioni sono false
- Sia  $z = \log_4 51$ , allora:
  - $z = 4^{51}$
  - $z = 51^4$
  - $z$  è compreso tra 0 e 1
  - $z$  è compreso tra 2 e 3
  - le altre affermazioni sono false
- Si consideri la relazione  $2^{-\frac{x}{3}} > 0$ . Allora
  - tutti i valori reali di  $x$  verificano la disuguaglianza
  - $x > -3$
  - $x > 0$
  - $x < 0$
  - le altre affermazioni sono false
- Siano  $x$  ed  $y$  due numeri reali non nulli. Allora  $\frac{7}{3}(x^4y^3)\frac{3}{4}(x^{-5}y^{-1})$  è uguale a
  - $\frac{7}{4}xy^2$
  - $\frac{4}{3}xy^4$
  - $3(x^{-5}y^{-1})$
  - $\frac{7}{4}\frac{y^2}{x}$
  - le altre affermazioni sono false
- L'equazione  $\arctan x = 7$  ha:
  - nessuna soluzione
  - un'unica soluzione
  - esattamente due soluzioni

- (d) infinite soluzioni
  - (e) le altre affermazioni sono false
8. L'equazione  $|x - 3| = -1$  è verificata
- (a) per ogni valore reale di  $x$
  - (b) per  $x > 0$
  - (c) per  $x > 3$
  - (d) le altre affermazioni sono false
  - (e) per nessun valore reale di  $x$

## Parte 2

1. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \log_{\pi}(|x|) & x \leq -1 \\ 1 + x^{4/3} & x > -1 \end{cases}$

- (a) ha una discontinuità eliminabile in  $x = -1$
  - (b) ha un minimo locale in  $x = 0$
  - (c) è suriettiva su  $\mathbb{R}$  ma non iniettiva
  - (d) è pari
2. Si consideri la seguente proposizione logica "Tutti i musicisti membri del 27Club sono morti a 27 anni." Allora possiamo sicuramente dedurre che:
- (a) Janis Joplin (1943-1970) e Kurt Cobain (1967-1994) sono membri del 27Club
  - (b) Ogni musicista muore a 27 anni
  - (c) Se suoni ma non fai parte del 27Club, non morirai a 27 anni
  - (d) David Bowie (1947-2016) non appartiene al 27Club

3.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^e + e^x + 2 \ln x}{x^2 + 2^x - e \ln \frac{1}{x}} =$$

- (a)  $-\frac{2}{e}$
- (b)  $+\infty$
- (c)  $\frac{2}{e}$
- (d)  $\frac{e}{2}$

4.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + 3^n + \log_3(1+n)}{n^2 + 2^n + \log_2(1+n)} =$$

- (a)  $\frac{3}{2}$
- (b)  $\frac{\log 3}{\log 2}$
- (c)  $+\infty$
- (d) 0

## Parte 3

**Esercizio 1. (10 punti)** Sia  $f(x)$  la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

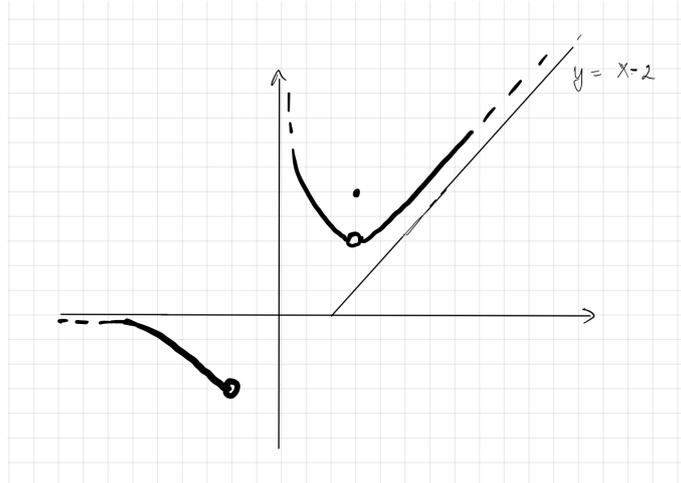
1. Il dominio di definizione di  $f(x)$  è:
2. Determinare l'insieme degli  $x$  tali che  $f(x) \leq 1$ :
3. Determinare i punti di massimo o minimo locale;
4. Determinare le seguenti immagini di intervalli:  $f((3, +\infty)) = \dots\dots$   $f((0, 1)) = \dots\dots$
5. Determinare le seguenti contro-immagini:  $f^{-1}((-1, 0)) = \dots\dots\dots$   $f^{-1}(0) = \dots\dots$

6.

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$$

7. Determinare l'insieme degli  $x$  tali che  $f(x) = 3$

8. Quanto vale  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{3x}$  ?



**Esercizio 1. (6 punti).** Disegnare il grafico di una funzione  $f(x)$  tale che soddisfi le seguenti proprietà:  
1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ , 2)  $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-4, -2]$ , 3)  $f(x) = 1$  abbia esattamente tre soluzioni

**Esercizio 1. (6 punti)** Giustificando opportunamente i passaggi, stabilire se la seguente funzione sia continua sul suo dominio di definizione. In caso di discontinuità, dire se si tratta di una discontinuità eliminabile. Giustificare la risposta.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 \sin(x^4+x)}{x^2(e^{3x^2}-1)} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

Svolgimento: