

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Istituzioni di Matematiche, C.l. in Scienze Biologiche, **Esonero Delle Donne**

17 novembre 2021 dott. J. E. Massetti, durata: **90 minuti**

**Leggere con attenzione le istruzioni riportate in questa prima pagina.** Non sfogliare il questionario prima dell'inizio della prova.

1. La prova consiste di Tre parti: **Parte 1:** 8 quesiti a scelta multipla: rispondere esattamente ad almeno 6 di questi 8 è condizione necessaria per passare l'esonero. Le risposte corrette date in questa parte non hanno alcun punteggio. **Parte 2:** 4 quesiti a scelta multipla, ogni risposta corretta vale 3 punti. **Parte 3:** due domande a svolgimento e un grafico da interpretare
2. Al termine della prova andranno riconsegnate **tutte** le pagine del test. Per la "brutta" potete usare i vostri fogli (non vanno consegnati)
3. Nei quesiti a scelta multipla UNA e SOLO UNA risposta è quella corretta
4. Per ogni quesito il candidato dovrà indicare la risposta esatta, ponendo la lettera ad essa corrispondente **in stampatello maiuscolo** nella relativa casella della griglia riportata su questa pagina Ogni risposta sbagliata o mancante vale **0 punti**. Non sono ammesse correzioni o cancellature sulla griglia (si consiglia quindi di trascrivere le risposte sulla griglia negli ultimi minuti a disposizione, dopo averle preventivamente evidenziate a fianco del testo degli esercizi).
5. Si supera la prova se si totalizzano almeno 16 punti.
6. E' consentito l'uso di appunti, libri, bianchetto, penna di qualsiasi colore. Non è consentito l'uso di calcolatrice.
7. È severamente vietato avere con sé al banco telefoni cellulari.

Sequenza delle risposte <b>Parte 1</b>							
1:	2:	3:	4:	5:	6:	7:	8:

Sequenza delle risposte <b>Parte 2</b>			
1:	2:	3:	4:

## Parte 1

- L'equazione  $|3x + 5| = 0$  è verificata
  - per  $x = -\frac{5}{3}$
  - per  $x = 0$
  - per  $x = \frac{5}{3}$
  - per  $x = -\frac{5}{3}$  e per  $x = \frac{5}{3}$
  - le altre affermazioni sono false
- La disequazione  $6x - 2(1 + 2x) > 2(x + 1)$  è verificata per
  - nessun valore reale di  $x$
  - $x > 0$
  - $x > 4$
  - $x < -4$
  - ogni valore reale di  $x$
- Nell'intervallo  $(0, \pi)$  la disequazione  $\sin(x) > 0$  è
  - sempre verificata
  - verificata solo se  $0 < x < \frac{\pi}{2}$
  - mai verificata
  - verificata solo se  $\pi < x \leq \frac{\pi}{2}$
  - le altre affermazioni sono false
- Il coefficiente angolare della retta perpendicolare a  $2y + 3x - 1 = 0$  è
  - $\frac{3}{2}$
  - $-\frac{3}{2}$
  - $\frac{2}{3}$
  - $-\frac{3}{2}$
  - le altre affermazioni sono false
- Sia  $4 = \log_3 x$ , allora
  - $x = 12$
  - $x = 3^4$
  - $x = 4^3$
  - $x = e^4$
  - le altre affermazioni sono false
- Sia  $x$  un numero reale non nullo. Allora  $\frac{x^{-3}x^7}{x^{-5}}$  è uguale a
  - $x^9$
  - $x^{-1}$
  - $x^{15}$
  - $x$
  - le altre risposte sono sbagliate
- Per quali numeri reali positivi è verificata la disequazione  $\ln x > e^x$ ?
  - per nessun valore di  $x$
  - per ogni  $x > 0$
  - per ogni  $x > 1$
  - per ogni  $x > e$
  - le altre risposte sono sbagliate

8. L'equazione  $\cos x = e^{-x}$  ha:
- (a) nessuna soluzione
  - (b) un'unica soluzione
  - (c) esattamente due soluzioni
  - (d) infinite soluzioni
  - (e) le altre affermazioni sono false

## Parte 2

1. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & x > 0 \\ -3^{-x} + 1 & x \leq 0 \end{cases}$
- (a) ha una discontinuità eliminabile in  $x = 0$
  - (b) è iniettiva e continua
  - (c) ha un punto di massimo in  $x = 0$
  - (d) è invertibile sulla sua immagine
2. Si considerino le funzioni  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = \log_6(x+3)$  e  $h(x) = \sqrt{x}$ . Quanto vale  $g \circ h \circ f(-3)$
- (a)  $+\infty$
  - (b) 1
  - (c) 0
  - (d)  $\log_6 0$

3. La funzione  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-4}}{\log(x+2)}$
- (a) ha asintoto orizzontale a  $+\infty$ ;
  - (b) è positiva nell'intervallo  $(-2, -1)$ ;
  - (c) ha insieme di definizione l'intervallo  $(-2, +\infty)$  ;
  - (d) ha asintoto verticale  $x = -2$ .

4.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n+2}{n+1} \right)^n =$$

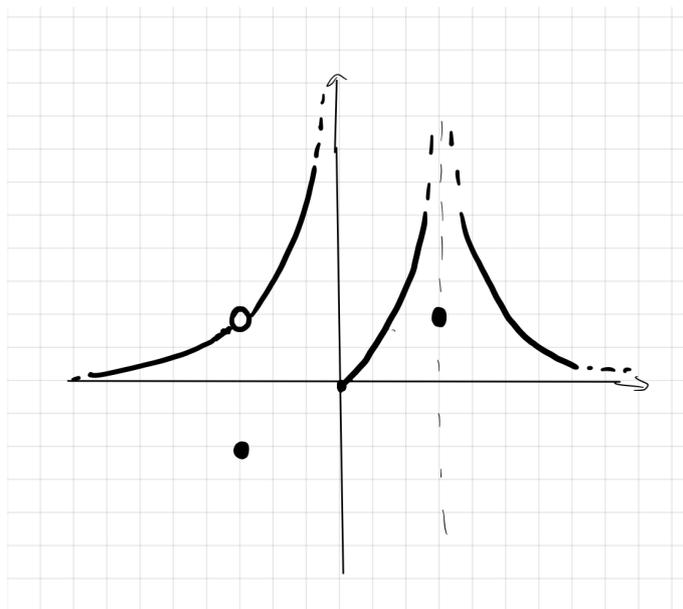
- (a)  $e$
- (b)  $\frac{1}{e}$
- (c)  $e^2$
- (d) 1

## Parte 3

**Esercizio 1 . (6 punti).** Disegnare il grafico di una funzione  $f(x)$  tale che soddisfi le seguenti proprietà:  
1) ha discontinuità di II specie in  $x = 3$ , 2) è iniettiva 3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$

**Esercizio 2. (10 punti)** Sia  $f(x)$  la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

1. Il dominio di definizione di  $f(x)$  è:
2. Determinare l'insieme degli  $x$  tali che  $f(x) \leq 0$ :
3. Determinare le seguenti immagini di intervalli:  $f((-\infty, 0)) = \dots\dots$        $f([0, 1]) = \dots\dots$
4. Determinare le seguenti contro-immagini:  $f^{-1}((-\infty, 0)) = \dots\dots\dots$        $f^{-1}((0, 1)) = \dots\dots\dots$
5.
 
$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \dots$$
6. Quante soluzioni ha l'equazione  $f(x) = 2$ ?
7. Sapendo che  $f(x) \sim x^2$  per  $x \rightarrow 0^+$ , allora  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{3x^2} =$
8. Determinare i punti di discontinuità di  $f$  e classificarli.



**Esercizio 3. (6 punti)** Giustificando opportunamente i passaggi, discutere la continuità della seguente funzione sul suo dominio di definizione, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sqrt{2} \arctan x} - 1}{\sqrt{x}} & x > 0 \\ 2\alpha + x & x \leq 0. \end{cases}$$

Svolgimento: