

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Istituzioni di Matematiche, C.I. in Scienze Biologiche, **Esonero Delle Donne**

17 novembre 2021 dott. J. E. Massetti, durata: **90 minuti**

Leggere con attenzione le istruzioni riportate in questa prima pagina. Non sfogliare il questionario prima dell'inizio della prova.

1. La prova consiste di Tre parti: **Parte 1:** 8 quesiti a scelta multipla: rispondere esattamente ad almeno 6 di questi 8 è condizione necessaria per passare l'esonero. Le risposte corrette date in questa parte non hanno alcun punteggio. **Parte 2:** 4 quesiti a scelta multipla, ogni risposta corretta vale 3 punti. **Parte 3:** due domande a svolgimento e un grafico da interpretare
2. Al termine della prova andranno riconsegnate **tutte** le pagine del test. Per la "brutta" potete usare i vostri fogli (non vanno consegnati)
3. Nei quesiti a scelta multipla UNA e SOLO UNA risposta è quella corretta
4. Per ogni quesito il candidato dovrà indicare la risposta esatta, ponendo la lettera ad essa corrispondente **in stampatello maiuscolo** nella relativa casella della griglia riportata su questa pagina Ogni risposta sbagliata o mancante vale **0 punti**. Non sono ammesse correzioni o cancellature sulla griglia (si consiglia quindi di trascrivere le risposte sulla griglia negli ultimi minuti a disposizione, dopo averle preventivamente evidenziate a fianco del testo degli esercizi).
5. Si supera la prova se si totalizzano almeno 16 punti.
6. E' consentito l'uso di appunti, libri, bianchetto, penna di qualsiasi colore. Non è consentito l'uso di calcolatrice.
7. È severamente vietato avere con sé al banco telefoni cellulari.

Sequenza delle risposte Parte 1							
1:	2:	3:	4:	5:	6:	7:	8:

Sequenza delle risposte Parte 2			
1:	2:	3:	4:

Parte 1

- L'equazione $|3x + 5| = 0$ è verificata
 - per $x = -\frac{5}{3}$
 - per $x = 0$
 - per $x = \frac{5}{3}$
 - per $x = -\frac{5}{3}$ e per $x = \frac{5}{3}$
 - le altre affermazioni sono false
- La disequazione $6x - 2(1 + 2x) > 2(x + 1)$ è verificata per
 - nessun valore reale di x
 - $x > 0$
 - $x > 4$
 - $x < -4$
 - ogni valore reale di x
- Nell'intervallo $(0, \pi)$ la disequazione $\sin(x) > 0$ è
 - sempre verificata
 - verificata solo se $0 < x < \frac{\pi}{2}$
 - mai verificata
 - verificata solo se $\pi < x \leq \frac{\pi}{2}$
 - le altre affermazioni sono false
- Il coefficiente angolare della retta perpendicolare a $2y + 3x - 1 = 0$ è
 - $\frac{3}{2}$
 - $-\frac{3}{2}$
 - $\frac{2}{3}$
 - $-\frac{3}{2}$
 - le altre affermazioni sono false
- Sia $4 = \log_3 x$, allora
 - $x = 12$
 - $x = 3^4$
 - $x = 4^3$
 - $x = e^4$
 - le altre affermazioni sono false
- Sia x un numero reale non nullo. Allora $\frac{x^{-3}x^7}{x^{-5}}$ è uguale a
 - x^9
 - x^{-1}
 - x^{15}
 - x
 - le altre risposte sono sbagliate
- Per quali numeri reali positivi è verificata la disequazione $\ln x > e^x$?
 - per nessun valore di x
 - per ogni $x > 0$
 - per ogni $x > 1$
 - per ogni $x > e$
 - le altre risposte sono sbagliate

8. L'equazione $\cos x = e^{-x}$ ha:

- (a) nessuna soluzione
- (b) un'unica soluzione
- (c) esattamente due soluzioni
- (d) infinite soluzioni
- (e) le altre affermazioni sono false

Parte 2

1. La funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & x > 0 \\ -3^{-x} + 1 & x \leq 0 \end{cases}$

- (a) ha una discontinuità eliminabile in $x = 0$
- (b) è iniettiva e continua
- (c) ha un punto di massimo in $x = 0$
- (d) è invertibile sulla sua immagine

2. Si considerino le funzioni $f(x) = x^2$, $g(x) = \log_6(x+3)$ e $h(x) = \sqrt{x}$. Quanto vale $g \circ h \circ f(-3)$

- (a) $+\infty$
- (b) 1
- (c) 0
- (d) $\log_6 0$

3. La funzione $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-4}}{\log(x+2)}$

- (a) ha asintoto orizzontale a $+\infty$;
- (b) è positiva nell'intervallo $(-2, -1)$;
- (c) ha insieme di definizione l'intervallo $(-2, +\infty)$;
- (d) ha asintoto verticale $x = -2$.

4.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+2}{n+1} \right)^n =$$

- (a) e
- (b) $\frac{1}{e}$
- (c) e^2
- (d) 1

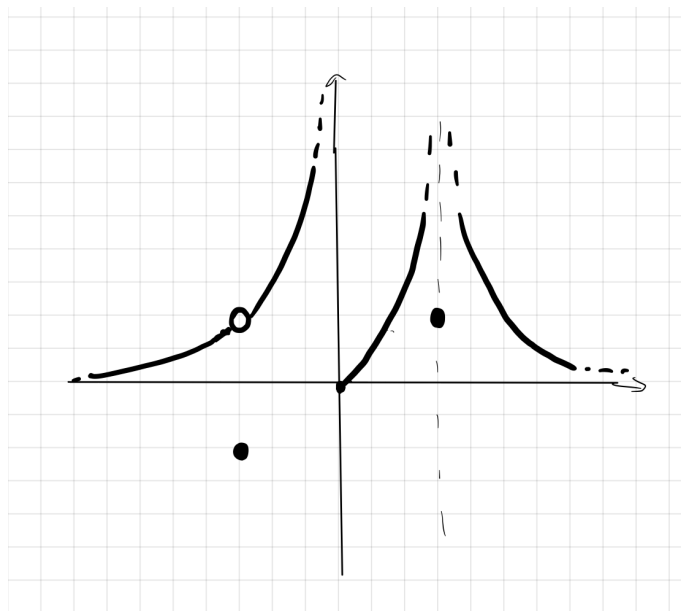
Parte 3

Esercizio 1 . (6 punti). Disegnare il grafico di una funzione $f(x)$ tale che soddisfi le seguenti proprietà:
1) ha discontinuità di II specie in $x = 3$, 2) è iniettiva 3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$

Esercizio 2. (10 punti) Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

1. Il dominio di definizione di $f(x)$ è:
2. Determinare l'insieme degli x tali che $f(x) \leq 0$:
3. Determinare le seguenti immagini di intervalli: $f((-\infty, 0)) = \dots\dots$ $f([0, 1]) = \dots\dots$
4. Determinare le seguenti contro-immagini: $f^{-1}((-\infty, 0)) = \dots\dots\dots$ $f^{-1}((0, 1)) = \dots\dots\dots$
5.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \dots$$
6. Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 2$?
7. Sapendo che $f(x) \sim x^2$ per $x \rightarrow 0^+$, allora $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{3x^2} =$
8. Determinare i punti di discontinuità di f e classificarli.



Esercizio 3. (6 punti) Giustificando opportunamente i passaggi, discutere la continuità della seguente funzione sul suo dominio di definizione, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sqrt{2} \arctan x} - 1}{\sqrt{x}} & x > 0 \\ 2\alpha + x & x \leq 0. \end{cases}$$

Svolgimento: