

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Istituzioni di Matematiche, C.I. in Scienze Biologiche, Esonero Tavernello

25 gennaio 2022 dott. J. E. Massetti, durata: 120 minuti

Leggere con attenzione le istruzioni riportate in questa prima pagina. Non sfogliare il questionario prima dell'inizio della prova.

1. La prova consiste di Tre parti: **Parte 1:** 8 quesiti a scelta multipla: rispondere esattamente ad almeno 6 di questi 8 è condizione necessaria per passare l'esonero. Le risposte corrette date in questa parte non hanno alcun punteggio. **Parte 2:** 3 quesiti a scelta multipla e un quesito a risposta secca. Ogni risposta a scelta multipla corretta vale 3 punti. Ogni risposta secca vale 1 punto. **Parte 3:** due domande a svolgimento
2. Al termine della prova andranno riconsegnate **tutte** le pagine del test. Per la "brutta" potete usare i vostri fogli (non vanno consegnati)
3. Nei quesiti a scelta multipla UNA e SOLO UNA risposta è quella corretta
4. Per ogni quesito il candidato dovrà indicare la risposta esatta, ponendo la lettera ad essa corrispondente **in stampatello maiuscolo** nella relativa casella della griglia riportata su questa pagina Ogni risposta sbagliata o mancante vale **0 punti**. Non sono ammesse correzioni o cancellature sulla griglia (si consiglia quindi di trascrivere le risposte sulla griglia negli ultimi minuti a disposizione, dopo averle preventivamente evidenziate a fianco del testo degli esercizi).
5. Si supera la prova se si totalizzano almeno 18 punti.
6. E' consentito l'uso di appunti, libri, bianchetto, penna di qualsiasi colore. Non è consentito l'uso di calcolatrice.
7. È severamente vietato avere con sé al banco telefoni cellulari.

Sequenza delle risposte Parte 1							
1:	2:	3:	4:	5:	6:	7:	8:

Sequenza delle risposte a scelta multipla Parte 2		
1:	2:	3:

Parte 1

1) L'equazione

$$\sqrt[3]{\frac{x-1}{2-x}} = -2$$

ha soluzione:

- A. $x = 3$; B. nessun numero reale; C. $x = \frac{17}{9}$; D. $x = \frac{15}{7}$.
-

2) La disequazione $10x - 4(1 + 2x) < 2x + 1$ è verificata:

- A. $\forall x$ reale B. solo per $x < 5$ C. per nessun valore reale di x D. solo per $x > 5$
-

3) $\log_4\left(\frac{1}{8}\right)$ è uguale a

- A. $-\frac{3}{2}$; B. $\frac{2}{3}$; C. $\frac{3}{2}$; D. $\frac{1}{\log_4(8)}$.
-

4) $\frac{(12)^{2a}}{2^{5a}} \cdot 3^{-a}$ è uguale a:

- A. $\left(\frac{2}{3}\right)^a$; B. 6^{-a} ; C. $\left(\frac{3}{2}\right)^a$; D. $\left(\frac{3}{4}\right)^a$.
-

5) L'equazione $\frac{x-3}{x^2-4} = 0$ è soddisfatta per

- A. $x = \pm 2, x = 3$ B. $x = -3$ C. $x = 3$ D. $x = \pm 2$
-

6) La soluzione di $|9 - x| > -1$ è:

- A. $\forall x < 10$ B. $\forall x \in \mathbb{R}$ C. $\forall x > 10$ D. $-10 < x < 10$
-

7) Il risultato di $(1 : 1,2) \times 0,003$ è:

- A. $\frac{5}{2} \times 10^{-4}$; B. $(0,5 \times 10^{-2})^2$; C. $\frac{5}{2} \times 10^{-3}$; D. $0,25 \times 10^{-3}$.
-

8) La funzione $\sqrt[5]{x^2-1}$ è definita:

- A. $\forall x \in \mathbb{R}$; B. $\forall x \in [-1, 1]$; C. $x \leq -1 \vee x \geq 1$; D. $\forall x \neq 1$.
-

Parte 2

1. Il valore di $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ è

- (a) $+\infty$
- (b) non esiste tale limite
- (c) 0
- (d) 1

2. Sia $f(x) = 4x + \log x$, invertibile sulla sua immagine. Il valore della derivata dell'inversa $f^{-1}(y)$ nel punto $y_0 = 4$ è:

- (a) 5
- (b) $\frac{1}{4}$
- (c) $\frac{1}{5}$
- (d) $\frac{17}{4}$

3. L'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = \frac{x \log x}{x-2}$ nel punto di ascissa $x_0 = 3$ è:

- (a) $y = 3 \log 3 + (1 - 2 \log 3)(x - 3)$
- (b) $y = 2 \log 3 + (1 - 3 \log 3)(x - 3)$
- (c) $y = 3 \log 3 + (1 - 3 \log 3)(x - 3)$
- (d) $y = 2 \log 3 + (1 - 2 \log 3)(x - 3)$

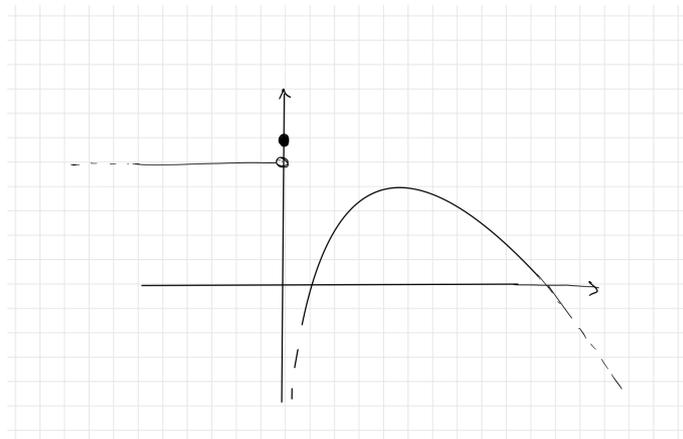
4. Scrivere il valore delle derivate delle seguenti funzioni

- (a) $D(x^\pi) = \dots$
- (b) $D(\pi^x) = \dots$
- (c) $D(\pi^\pi) = \dots$

Parte 3

Esercizio 1. (10 punti) Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

1. Il dominio di definizione di $f(x)$ è:
2. Determinare l'insieme degli x tali che $f(x) \leq 4$:
3. $f'(-3) = \dots$
4. Determinare le seguenti immagini di intervalli: $f((0, 1)) = \dots\dots\dots$ $f((5, +\infty)) = \dots\dots\dots$
5. Determinare le seguenti contro-immagini: $f^{-1}((2, 4)) = \dots\dots\dots$ $f^{-1}(5) = \dots\dots\dots$
6.
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$$
7. Determinare l'insieme degli x tali che $f''(x) > 0$
8. Determinare i punti di discontinuità e classificarli



Esercizio 2. (12 punti) Sia

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x + 1}$$

1. Determinare il dominio, il segno e i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti
2. Determinare gli eventuali punti di max/min
3. Tracciare un grafico qualitativo
4. determinare la retta tangente al grafico nel punto di ascissa $x = 0$
5. Calcolare $\int f(x) dx$