

Esercizi di Analisi Matematica I

A.A. 2016 – 2017 - Docente: Luca Battaglia

LEZIONE 11 DEL 20 – 22 DICEMBRE 2016

ARGOMENTO: EQUAZIONI DIFFERENZIALI, STUDIO DI FUNZIONI INTEGRALI

Risolvere le seguenti equazioni differenziali e determinarne l'intervallo massimale di esistenza:

$$1. \begin{cases} y'(x) = (y(x))^2 + y(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} y'(x) = -\tan(y(x))x \\ y(0) = \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

Risolvere le seguenti equazioni differenziali lineari:

$$3. \begin{cases} y'(x) - 3y(x) = 3 \cos x + \sin x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} y'(x) - \frac{x}{1+x^2}y(x) = (1+x^2)^{\frac{3}{2}} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} y''(x) - y(x) = \cos x + e^{2x} \\ y'(0) = 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} y''(x) + 4y(x) = \sin(2x) \\ y'(0) = \frac{3}{4} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Studiare le seguenti funzioni, determinando l'insieme di definizione, il segno, eventuali asintoti, la monotonia, eventuali punti di massimo e minimo, eventuali punti di non derivabilità:

$$7. f(x) = \int_0^x \frac{(\sin t)^2}{1+t^2} dt$$

$$8. f(x) = \begin{cases} \int_0^x \frac{e^t - 1}{t\sqrt[3]{t}} dt & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$