

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Esame di Analisi I - Simulazione *

Esercizio 1 (5 punti) Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ vale la formula

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Esercizio 2 (5 punti) Trovare gli estremi superiore ed inferiore dell'insieme

$$A := \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x^2 - 2x \leq 15\},$$

stabilendo se si tratta, rispettivamente, di massimo e/o di minimo.

***ISTRUZIONI:**

Scrivere nome, cognome e numero di matricola.

Svolgere ciascun esercizio sotto al rispettivo testo; non consegnare altri fogli.

Non usare libri, appunti né calcolatrici.

Il tempo a disposizione è di tre ore.

Esercizio 3 (5 punti) Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 2\sqrt{n}}{n^2 \cos \frac{1}{n} + \sqrt[3]{n} \sin n}.$$

Esercizio 4 (6 punti) Studiare graficamente la funzione

$$f(x) = \frac{\sin(2x)}{\sqrt{2} + \cos(2x)},$$

determinandone:

(1 punto) Insieme di definizione;

(1 punto) Segno ed intersezioni con gli assi;

(1 punto) Comportamento agli estremi del dominio ed eventuali asintoti;

(1 punto) Intervalli di monotonia ed eventuali massimi e minimi relativi e assoluti;

(1 punto) Intervalli di concavità e convessità ed eventuali flessi;

(1 punto) Grafico qualitativo.

Esercizio 5 (5 punti) Calcolare la primitiva

$$\int \frac{1}{e^{2x} + e^{-2x} + 2} dx.$$

Esercizio 6 (6 punti) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 2t^3 x(t) + 3t^7 \\ x(0) = -1 \end{cases}.$$