

AM110 - Analisi matematica 1

Luca Battaglia

Esercitazione 1 di mercoledì 4 ottobre 2023

Argomenti: principio di induzione

Esercizio 1.

Dimostrare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, il numero $n^2 + n$ è pari.

Esercizio 2.

Dimostrare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, il numero $n^3 - n$ è multiplo di 6.

Esercizio 3.

Dimostrare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$ vale la disuguaglianza $2^{n-1} \leq n!$.

Esercizio 4.

Dimostrare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, vale la formula $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Esercizio 5.

Dimostrare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $a \neq 1$, vale la formula $\sum_{k=0}^n a^k = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$.

Esercizio 6.

Dimostrare che la successione definita ricorsivamente da

$$\begin{cases} a(1) = 1 \\ a(n+1) = \frac{a(n)}{2 + a(n)} \end{cases}$$

è data da $a(n) = \frac{1}{2^n - 1}$.

Esercizio 7 (assegnato per casa).

Dimostrare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, vale la formula $\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.