

Università degli Studi di Roma Tre
A.A. 2024/2025
Corso di Laurea Triennale in Fisica e
Matematica
AM110 - Analisi Matematica I

Docente: Luca Battaglia
Esercitatrice: Michela Procesi
Tutori: Francesco Caristo, Leonardo Loepp

Tutorato 3

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n} - n$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n}$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{67n^3 + 3n^2 - 9n + 31}{\sqrt{9n^6 + 4n^4 - 7n^2} + 8n^2}$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^6 - (n-1)^6}{(n+1)^5 + (n-1)^5}$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^5 + 10n^3 - 2n + 1}{12n^4 - 8n^5 - 2n^2 + n - 9}$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + n^{\frac{2}{3}} + 7n^{\frac{5}{4}} - 3\sqrt{n} + 9n^{\frac{3}{2}}}{n^{\frac{8}{7}} + 2n^{\frac{3}{2}} - 3n^{\frac{1}{5}} + 5n^{\frac{9}{8}} - 100n}$
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 - 2} - \sqrt{n^2 + 1}}{1 - n}$
8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(\pi(2n+1))}{n^2 + 3n} n^3$

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{100}}{\sqrt{5n^3 + 36n^2} - \sqrt{10n^3}}$
10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$
11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{\sqrt[3]{n^2 - 1} - \sqrt[3]{n^2 + 2n + 2}}$
12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 3n^5 - 4n^3 + 7n^2 - 3} - n^3 - 9n^2}{n^2 + e}$
13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\sqrt{4n^4 + n^3} - \sqrt{4n^4 - 2n^3}}}{2n + \sqrt{n} + 3}$
14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \left(\frac{\pi \sqrt[3]{\sqrt{3n^{12} + n^3} - \sqrt{3n^6 + 9}}}{2\sqrt[3]{9}n + 69\sqrt[5]{n}} \right)$
15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-5n^{\frac{5}{2}} \log^{\frac{1}{4}}(2n) + 12 \log^{\frac{37}{7}}(n^3) + 53n \log^{\frac{33}{14}}(n^n)}{75n^{\frac{3}{5}} \log(104n) + 61n^{\frac{20}{9}} - 22n^{\frac{\pi}{3}} \log^{\frac{5}{3}}(n^{2n}) - 9n^{\frac{6}{7}} \log^{\frac{5}{2}}(n^n)}$
16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2} \left(\sqrt{\left(\frac{xn+2}{n} \right)^3} - \sqrt{x^3} \right), \quad \forall x \in (0, +\infty)$

Esercizio 2. Verificare, utilizzando la definizione di limite di successione, i seguenti limiti:

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+3}{n} = 2$
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n+5} = 1$
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2+2}{5n^2-7} = \frac{3}{5}$
4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2-8n+4}{n-4} = +\infty$
5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \log_2 \left(1 + \frac{1}{n} \right) = 0$
6. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^{1+\frac{1}{n}} = 2$

Esercizio 3. Determinare quanto vale $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_{n+1}}{f_n}$, dove f_n è l' n -esimo numero di Fibonacci.