

Università degli Studi di Roma Tre
A.A. 2025/2026
Corso di Laurea Triennale in Fisica e
Matematica
AM110 - Analisi Matematica I

Docente: Luca Battaglia
Esercitatrice: Michela Procesi
Tutori: Francesco Caristo, Leonardo Loepp

Tutorato 6

Esercizio 1. Studiare le seguenti funzioni:

1. $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$
2. $f(x) = (3x - x^2)e^{-x}$
3. $f(x) = \frac{9(x+1)}{(x+2)^3}$
4. $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$
5. $f(x) = \frac{xe^{2x}}{3x+2}$
6. $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x-1}$
7. $f(x) = \log^2(|2x|)$
8. $f(x) = \log(x^3 - 3x^2 + 3x)$
9. $f(x) = 2\sin^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - 1$
10. $f(x) = \frac{x \log(5x)}{2 - 3 \log(x)}$
11. $f(x) = \frac{x^2}{\ln(1-x^2)}$

12. $f(x) = \frac{1 - |x^2 - 2|}{|x|}$
13. $f(x) = e^{\frac{2x}{x^2+1}}$
14. $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$
15. $f(x) = \tan(x) + \cot(x)$
16. $f(x) = x - \frac{\log(x)}{x}$
17. $f(x) = x^x$
18. $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{|x-1|}$
19. $f(x) = e^{\arctan(5x)}$
20. $f(x) = \frac{e^{4x}}{e^{2x}-3}$
21. $f(x) = \sin^2(x) - \cos x$
22. $f(x) = \sqrt{|x^2 - 3x|} - x$
23. $f(x) = \sin\left(\frac{10}{x^2+1}\right)$
24. $f(x) = \log \log x - \frac{1}{|\log \log x|}$
25. $f(x) = \arccos\left(\sin\left(\frac{2}{3}x\right)\right)$

Esercizio 2. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = 4 \log x + 2x^2 + x + 1$ nel suo punto di flesso.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x \sqrt[3]{(\log |x|)^2} & \text{se } x \neq 0 \\ \alpha & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia continua e derivabile in $x = 0$. Negli altri casi classificare il tipo di discontinuità e di non derivabilità in $x = 0$.

Esercizio 4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile. Supponiamo esista $M > 0$ tale che $|f'(x)| \leq M$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Mostrare che per ogni $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|.$$

Esercizio 5. Si consideri la funzione $f(x) = (x^2 - 7)(3x^5 + 1)e^{7x+8}$. Mostrare che la funzione ha almeno 2 punti critici.

Esercizio 6. Mostrare che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = x + \sin(x)$ è invertibile su tutto \mathbb{R} .

Esercizio 7. Quando si bevono alcolici, la concentrazione di alcol nel sangue aumenta mentre l'alcol viene assorbito e diminuisce quando viene poi metabolizzato. Secondo dati sperimentali, nel caso di un maschio adulto che beve una birra, la concentrazione di alcol al tempo t , misurato in ore, è data da

$$c(t) = 1,35te^{-2,802t}mg/ml.$$

Se consideriamo un intervallo di tre ore da quando la birra viene bevuta, qual'è il momento peggiore per mettersi alla guida? e quanto vale la concentrazione di alcol nel sangue in quel momento?