

AM210 - Analisi matematica 3

Luca Battaglia

Esercitazione 1 di martedì 8 ottobre 2024

Argomenti: successioni e serie di funzioni

Esercizio 1.

Discutere la convergenza puntuale ed uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) := \arctan(nx + n^2).$$

Esercizio 2.

Discutere la convergenza puntuale ed uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) := \begin{cases} \frac{\sin(n^2x)}{n^2x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}.$$

Esercizio 3.

Calcolare il limite puntuale $f(x) := \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x)$ della successione di funzioni

$$f_n(x) := \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{x}{n}\right)}{n} & n\pi \leq x \leq 2n\pi \\ 0 & x < n\pi, x > 2n\pi \end{cases},$$

stabilire se la convergenza è uniforme e stabilire se vale l'uguaglianza

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x)dx.$$

Esercizio 4.

Discutere la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^x}.$$

Esercizio 5 (Assegnato per casa).

Discutere la convergenza puntuale ed uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) := \cos \frac{nx}{n-1}.$$

Esercizio 6 (Assegnato per casa).

Discutere la convergenza puntuale ed uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) := \sin^n x.$$