

AM210 - Analisi matematica 3

Luca Battaglia

Esercitazione 2 di martedì 15 ottobre 2024

Argomenti: serie di funzioni e di potenze

Esercizio 1.

Discutere la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin^2\left(\frac{x}{n}\right) \sin^2(nx).$$

Esercizio 2.

Discutere la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n\pi x)}{n^2}$$

e calcolare

$$\int_0^1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n\pi x)}{n^2} dx, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 \frac{\sin(2n\pi x)}{n^2} dx.$$

Esercizio 3.

Determinare il raggio di convergenza e discutere la convergenza sul bordo dell'intervallo di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctan\left(\frac{1}{n+1}\right) x^n.$$

Esercizio 4.

Determinare il raggio di convergenza e discutere la convergenza sul bordo dell'intervallo di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^n} x^n.$$

Esercizio 5.

Determinare il raggio di convergenza, discutere la convergenza sul bordo dell'intervallo di convergenza e calcolare la somma della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n.$$

Esercizio 6 (Assegnato per casa).

Discutere la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx^2} \arctan(nx).$$

Esercizio 7 (Assegnato per casa).

Determinare il raggio di convergenza e discutere la convergenza sul bordo dell'intervallo di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\log^2 n} x^n.$$