Sezione G11

Geometria algebrica e algebra commutativa

A. Alzati, Applicazioni razionali indotte da sistemi lineari di ipersuperfici
F. Andreatta, Geometria di alcune varietà modulari di Hilbert in caratteristica positiva
F. Brenti, Un criterio combinatorio per le singolarità delle varietà di Schubert
A. Calabri, Sui piani doppi di tipo generale
G. Caviglia, La Veronese bucata è Koszul
L. Chiantini, Sulla nascita degli spazi secanti
A. Conca, Rigidità dei numeri di Betti di ideali omogenei
R. Di Gennaro, Modulo di Hartshorne-Rao di curve di $\mathbb{P}^N$
P. Dominici, Nuovi invarianti in geometria proiettiva e conforme
F. Flamini, Su alcune degenerazioni di superfici algebriche
C. Gasbarri, Deformazione di torsori sotto schemi in gruppo di ordine p
M. Guida, Generazione naturale di curve non-speciali
C. Mazza, Motivi finiti secondo Schur
M. Mella, Intorno alla geometria birazionale delle 3-varietà unirigate
G. Occhetta, Una generalizzazione del criterio di contrazione di Castelnuovo
G. Pacienza, Teoria di Brill-Noether e ampiezza di divisori su schemi di Hilbert di punti
R. Paoletti, Mappe momento e nuclei di Szego equivarianti
F. Polizzi, Superfici minimali di tipo generale con $p_g = q = 1$, $K^2 = 8$ e mappa bicanonica di grado due
A. Ragusa, Sulla riducibilità dello schema di postulazione di Hilbert
M. E. Rossi, Sulla regolarità di Castelnuovo-Mumford e finitezza delle funzioni di Hilbert di algebre graduate standard
E. Schlesinger, Curve e monodromia
F. Tartarone, Sopranelli di Prüfer di Z[X]
B. van Geemen, Osservazioni sulla congettura di Hodge per prodotti di superficie K3
G. Vezzosi, Geometria algebrica omotopica e spazi di moduli derivati

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Applicazioni razionali indotte da sistemi lineari di ipersuperfici

Alberto Alzati

Dip. di Matematica, Univ. di Milano

E' possibile studiare ogni sistema lineare di ipersuperfici proiettive da due punti di vista: determinando le propriet della variet proiettiva X da esso definita come luogo base, oppure considerando l'applicazione razionale, da esso indotta, verso un altro spazio proiettivo. Questo secondo punto di vista una naturale estensione dello studio dei sistemi lineari di equazioni. Uno dei principi guida in questo ambito che, sotto opportune ipotesi relative ad X, anche in questo caso, le "fibre" siano spazi lineari, almeno genericamente. In questa comunicazione saranno esposti brevemente alcuni risultati al riguardo ottenuti durante questi ultimi anni, in collaborazione con Francesco Russo. - Classificazione completa, negli spazi proiettivi di dimensione $2n + 1$, delle variet liscie di dimensione n, con grado minore od uguale a $2n + 4$, aventi un solo punto doppio apparente: un classico problema la cui formulazione, per $n = 2$, risale a Severi. Come conseguenza si ottiene, fra l'altro, la classificazione delle variet linearmente normali, di dimensione n, codimensione $n+1$ e grado minore od uguale a $2n + 1$, la cui variet delle secanti riempie l'intero spazio proiettivo. - Costruzione di molti esempi espliciti di contrazioni estremali di Fano-Mori fra variet liscie, di dimensione maggiore od uguale a 4, ricavati, per degenerazione, da alcune costruzioni classiche recentemente riconsiderate da Ein e Shepherd-Barron. Si tenga presente che, per tali contrazioni, attualmente, nota solo, in alcuni casi, la classificazione locale delle loro fibre eccezionali (Andreatta e Wisniewski, $n = 4$). - Analisi delle fibre delle applicazioni polari associate ad ipersuperfici con Hessiana degenere. Si tratta di un altro problema classico affrontato, tra gli altri, da Perazzo, Franchetta, Ciliberto e recentemente ristudiato da Zak, del quale si precisa un risultato al riguardo, nel caso delle ipersuperfici cubiche.

via C. Saldini 50 20133-Milano
E-mail address: alzati@mat.unimi.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14E05 14N05.

I risultati citati sono stati ottenuti nell'ambito dei progetti di ricerca "Geometria delle variet algebriche", Cofin 2000 e Cofin 2002, del M.I.U.R. L'autore membro del G.N.S.A.G.A. del C.N.R.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Geometria di alcune varietà modulari di Hilbert in caratteristica positiva.

di Fabrizio Andreatta

Università di Padova

Sia L un campo di numeri totalmente reale di grado g. Sia M lo schema modulare di Hilbert relativo ad L, cioè lo spazio dei moduli su $Spec(\mathbb{Z})$ classificante varietà abeliane di dimensione g con moltiplicazione reale di L. Descriverò dei luoghi $\{W_{(j,n)} : 0 \leq j \leq n \leq g-j\}$ della fibra $M_{\mathbb{F}_p}$ di M in caratteristica positiva p sotto l' ipotesi che p sia totalmente ramificato in L. La varietà $M_{\mathbb{F}_p}$ fornisce un esempio interessante di cattiva riduzione di una varietà di Shimura di tipo PEL. Tali luoghi generalizzano al caso presente una stratificazione introdotta da Ekedahl ed Oort ed altri su varietà di Shimura di tipo PEL per primi di buona riduzione (ad es. lo spazio dei moduli di varietà abeliane principalmente polarizzate per qualsivoglia primo p).

Teorema. *I luoghi $\{W_{(j,n)} : 0 \leq j \leq n \leq g-j\}$ definiscono una stratificazione di $M_{\mathbb{F}_p}$ che raffina sia la stratificazione introdotta da Deligne e Pappas sia la stratificazione definita dal poligono di Newton. Inoltre, ciascuno strato $W_{(j,n)}$ è quasi–affine, regolare, di dimensione $g-(j+n)$ ed ammette una naturale struttura di fogliazione "alla Oort".*

I risultati sopra menzionati sono stati ottenuti in collaborazione con il Prof. E. Goren (McGill University, Montreal, Canada).

Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata. Università degli Studi di Padova, Via Belzoni 7, 35123 Padova.
E-mail address: fandreat@math.unipd.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14K10, 14G35.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Un criterio combinatorio per le singolaritá delle varietá di Schubert

Francesco Brenti

Dipartimento di Matematica
Universitá di Roma "Tor Vergata"

In questa comunicazione si enuncierá un criterio puramente combinatorio per la determinazione del polinomio di Poincaré dell'omologia d'intersezione locale di un qualsiasi punto di una qualsiasi varietá di Schubert. Questo criterio usa solamente la relazione di ordinamento parziale delle celle di Schubert, come insieme parzialmente ordinato astratto, ed implica quindi che l'omologia d'intersezione locale delle varietá di Schubert dipende solo dalla relazione di contenimento delle sue sottovarietá di Schubert. Il criterio usa dei particolari accoppiamenti completi del grafo di Hasse di questo insieme parzialmente ordinato, ed é interamente costruttivo.

Infine, si discuterá il caso delle varietá toriche, dove vale un risultato esattamente analogo, e la relazione tra questi accoppiamenti e le funzioni discrete di Morse introdotte da R. Forman in [Adv. Math., 134(1998),90-145].

Via della Ricerca Scientifica 1, 00133, Roma
E-mail address: brenti@mat.uniroma2.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* Classificazione AMS: 14M15; 05E99..

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Sui piani doppi di tipo generale

Alberto Calabri

Università di Roma "Tor Vergata"

In collaborazione con Ciro Ciliberto (Univ. Roma "Tor Vergata") e Margarida Mendes Lopes (Univ. Lisbona).

In questa comunicazione verrà presentata una nuova superficie di tipo generale con gli invarianti più piccoli possibile, ovvero con genere geometrico $p_g = 0$, e auto-intersezione del divisore canonico $K^2 = 1$, detta anche superficie numericamente di Godeaux.

Questo nuovo esempio è essenzialmente un piano doppio, cioè un rivestimento doppio del piano proiettivo complesso $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$, diramato lungo una curva di grado 16 con opportune singolarità.

Sebbene la costruzione di questa superficie si possa ottenere con metodi classici, la sua esistenza non sembra essere stata nota finora.

Inoltre si accennerà al contenuto di un lavoro in preparazione sulla classificazione dei piani doppi che sono birazionalmente equivalenti a superficie numericamente di Godeaux o numericamente di Campedelli (cioè con $p_g = 0$ e $K^2 = 2$).

Via della Ricerca Scientifica — 00133 Roma
E-mail address: calabri@mat.uniroma2.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14J29.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

La Veronese bucata é Koszul

Giulio Caviglia

Universitá del Kansas

Una k-algebra graduata standard R e' *Koszul* se il campo residuo k ha una risoluzione libera e lineare come R-modulo. Un importante problema ancora aperto, riguardante l'essere di Koszul di varietá toriche, é il seguente: "É vero che ogni varietá torica, quadratica e con una singolaritá isolata é Koszul?" L'anello delle coordinate della Veronese bucata, ovvero la k-algebra definita come $R = k[X^3, X^2Y, XY^2, Y^3, X^2Z, Y^2Z, XZ^2, YZ^2, Z^3]$, é stata a lungo il primo ed il piú semplice caso in cui non era nota alcuna risposta alla precedente domanda. Il problema riguardante l'essere di Koszul della Veronese bucata e' stato posto nel 1993 da Bernd Sturmfels in una conversazione con Irena Peeva ed e' poi circolato come un esempio concreto su cui testare l'efficacia dei nuovi teoremi e delle nuove tecniche riguardanti algebre di Koszul. Presentiamo la dimostrazione che la Veronese bucata é Koszul secondo la seguente strategia: possiamo considerare una presentazione per R data da S/I, dove $S = k[X_1, \dots, X_9]$. Usando una particolare funzione peso ω, é sufficiente provare che $S/in_\omega I$ é Koszul. Scriviamo $in_\omega I$ come $J + H$, dove J é generato da una base di Gröbner di quadriche. Grazie ad un'estensione della nozione di filtrazione di Koszul dimostriamo che $(J + H)/J$ ha una risoluzione libera e lineare su S/J. Questo implica che S/I é Koszul.

Department of Mathematics, University of Kansas, 405 Snow Hall 1460 Jayhawk Blvd, Lawrence Kansas 66045-7523
E-mail address: caviglia@math.ukans.edu

1991 *Mathematics Subject Classification.* Classificazione AMS 16S37.
L'autore é stato parzialmente supportato da una borsa di studio INdAM

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Sulla nascita degli spazi secanti

Luca Chiantini

Universitá di Siena

Se X una variet proiettiva di dimensione n in $\mathbb{P}^r$, il comportamento degli spazi secanti a X d notevoli informazioni sulle propriet intrinseche ed estrinseche della variet, e si possono definire da questo punto di vista numerose invarianti fondamentali per la geometria di X e dell'immersione. Quando $r \geq (k+1)(n+1)-1$, il numero di spazi $(k+1)$-secanti che contengono un generico punto P della k-esima variet secante $Sec_k(X)$ (classicamente noto come "numero di k-secanti apparenti") ha un ruolo primario. Si vuole qui mostrare come, per $r > (k+1)(n+1)-1$, tale invariante uguale a 1, tranne per pochi casi, interamente classificabili se X una superficie. Si mostra poi con un esempio come tale risultato pu dare informazioni su spazi di Moduli di superfici.

Via del Capitano, 15 53100 Siena
E-mail address: chiantini@unisi.it

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Rigidita' dei numeri di Betti di ideali omogenei

Aldo Conca

Dipartimento di Matematica - Università degli Studi di Genova

Decrivero' alcuni recenti risultati che riguardano limitazioni superiori e inferiori per i numeri di Betti di ideali omogenei ed alcuni comportamenti estremali. In particolare mostrero' che le risoluzioni hanno, in un certo senso, rigidita' verso coda.

Dipartimento di Matematica, Via Dodecaneso 35, I-16154-Genova
E-mail address: conca@dima.unige.it

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Modulo di Hartshorne - Rao di curve di $\mathbb{P}^N$.

Roberta Di Gennaro

Università di Napoli "Federico II"

In questa comunicazione ci proponiamo di dare alcuni risultati circa il modulo di Hartshorne - Rao

$$M_C := \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} H^1 \mathcal{I}(j)$$

di una curva algebrica C dello spazio proiettivo $\mathbb{P}^N$ su un campo k, con $N \geq 3$. La conoscenza del modulo di Rao è interessante in quanto da esso si ricavano informazioni fondamentali nel problema della classificazione delle curve proiettive. È noto che dato un $k[x_0, \ldots, x_N]$-modulo graduato finitamente generato M, si può trovare un'opportuna curva $C \subset \mathbb{P}^N$ il cui modulo di Rao sia M (a meno di shift) cioè $M_C \cong M(d)$, per qualche $d \in \mathbb{Z}$. Ma è un problema ancora aperto quale sia il minimo shift possibile e 'quante' curve realizzino lo stesso modulo. Le curve il cui modulo di Rao non è "shiftabile" a sinistra sono dette *minime*.

Fissata l'attenzione su curve su superfici di grado minimo, precisamente sugli scroll razionali normali lisci, abbiamo studiato la struttura del modulo di Rao di tali curve e, con metodi di liaison Gorenstein, abbiamo trovato le curve "minime sullo scroll". Esse sono di soli due tipi: unioni di fibre e curve con "poche" fibre. (cf. [1], [2])

In collaborazione con S. Greco, abbiamo provato che tali curve sono minime non solo sullo scroll, ma più in generale nello spazio proiettivo in cui si considera immersa la superficie. Non è noto se una curva C avente lo stesso modulo di Rao di una curva minima su uno scroll sia forzata a giacere su una superficie di grado minimo. Stiamo compiendo un primo passo verso la soluzione di questo problema calcolando il numero di quadriche che contengono la curva C. Tale numero fornisce in alcuni casi una risposta affermativa al problema.

BIBLIOGRAFIA

[1] Di Gennaro, R., *On the Hartshorne - Rao module of curves on rational normal scrolls.*, Le Matematiche LV ((2000), 415–432 (2002).).

[2] Di Gennaro, R., *On the Cohomology of Curves in* $\mathbb{P}^N$, Tesi di Dottorato (2002).

Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli" - Università di Napoli "Federico II"
Complesso Universitario Monte S. angelo - Via Cinthia - 80126 Napoli
E-mail address: digennar@unina.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14J26, 14C20.

Ricerca supportata con fondi GNSAGA -INDAM

Nuovi invarianti in geometria proiettiva e conforme

Paolo Dominici

- *$(N+1)$-rapporto di $N+3$ punti di $\mathbb{P}^N$*

Estensione naturale del birapporto in geometria proiettiva, definito finora per 4 punti di una retta, a un invariante assoluto proiettivo e conforme di $N+3$ punti nello spazio a N dimensioni. L'innovazione concettuale consiste nel definire tale $(N+1)$-rapporto come un punto di $\mathbb{P}^N$ le cui coordinate dipendono dai punti dati.

Principali conseguenze elementari, alcune delle quali estendono risultati classici descritti ad es. in [7] : criterio d'equivalenza proiettiva per insiemi ordinati di punti, legame con la geometria dell'$(N+3)$-punto completo e delle quadriche, determinazione geometrica del polinomio caratteristico di una mappa lineare, legame con la rappresentazione fedele dei gruppi simmetrici tramite trasformazioni lineari o cremoniane a coefficienti in $\{\pm 1\}$, configurazioni speciali di punti e metodi per la loro classificazione; cf. [4].

- *distanza numerica di 2 sfere e geometria iperbolica*

Estensione del concetto di distanza numerica — invariante conforme illustrato soprattutto da Coxeter, cf. [3] e le sue referenze — a 2 sfere non necessariamente di codimensione 1 appartenenti ad uno spazio riemanniano completo a curvatura costante e dimensione arbitraria.

Interpretazione di tale distanza numerica come prodotto scalare iperbolico. Ciò permette, fra l'altro, di ottenere naturalmente le relazioni fra più distanze numeriche dall'annullamento di determinanti di Gram; cf. [5], [6].

- *distanza numerica fra più di 2 sfere*

Estensione del concetto di distanza numerica a un numero arbitrario di sfere – cf. [6] – suggerita dall'uso opportuno dell' $(N+1)$-rapporto in geometria conforme. In tal modo, tramite il precedente punto di vista iperbolico ci si riduce alla determinazione del polinomio caratteristico della composizione di un numero finito di riflessioni rispetto a iperpiani, questione già risolta da Coxeter in [2].

referenze :

[1] A.F.Beardon, *The Geometry of Discrete Groups*, Springer-Verlag, 1983

[2] H.S.M.Coxeter, The product of the generators of a finite group generated by reflections, Duke Math. J. **18**, 1951, 765-782

[3] H.S.M.Coxeter, Numerical distances among the circles in a loxodromic sequence, Nieuw Arch. Wisk. **16** (1-2), 1998, 1-9

[4] P.Dominici, On the $(N+1)$-ratio of $N+3$ points of N-space, in preparazione

[5] P.Dominici, Metrical relations between spheres of n-space, in preparazione

[6] P.Dominici, Hyperbolic geometry and numerical distances, in preparazione

[7] F.Enriques, *Lezioni di geometria proiettiva*, Zanichelli, 1904

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Su alcune degenerazioni di superfici algebriche

Flaminio Flamini

Dipartimento di Matematica - Università degli Studi di L'Aquila

Analogamente al caso di degenerazioni di curve proiettive a *stick curves*, data S una superficie liscia e proiettiva, una naturale problematica è indagare se essa possa degenerare ad una superficie algebrica connessa, unione di componenti irriducibili lisce.

Tra i molteplici risultati prodotti in collaborazione con A. Calabri, C. Ciliberto e R. Miranda, si stabilisce che la risposta a tale problema dipende fortemente dalla tipologia delle singolarità della fibra centrale e dello spazio totale della degenerazione. Ad esempio, denotando con Δ il disco unitario, si ha:

Teorema. *1.*

Sia $\aleph \to \Delta$ una degenerazione di superfici la cui fibra generica $\aleph_t$ sia liscia ed irriducibile e la cui fibra centrale $X := \aleph_0 = \bigcup_{i=1}^{v} X_i$ sia una superficie unione connessa di v componenti irriducibili ed avente singolarita' di tipo: (i) curve doppie, lisce ed irriducibili; (ii) punti multipli di tipo E_n, R_n e S_n, $n \geq 3$. Sia $C_{ij} = X_i \cap X_j$, $1 \leq i < j \leq v$, una curva doppia di X, g_{ij} il suo genere geometrico; sia e il numero totale delle curve doppie su X. Siano f_n, r_n, s_n, rispettivamente, il numero di punti E_n, R_n e S_n di X. Se $K^2 := K^2_{\aleph_t}$, per $t \neq 0$, allora:

$$K^2 = \sum_{i=1}^{v} K^2_{X_i} + 2\sum_{i<j}(4g_{ij} - C^2_{ij}) - 8e + \sum_{n\geq 3} 2nf_n + r_3 + c$$

dove c è un intero che dipende solo dalla presenza di punti R_n e S_n, per $n \geq 4$, ed e' tale che $\sum_{n\geq 4} 2(n-2)(r_n + s_n) \leq c \leq \sum_{n\geq 4} \big((2n-5)r_n + \binom{n-1}{2} s_n\big)$.

Pertanto, se X ha punti di tipo R_n o S_n, per $n \geq 4$, allora K^2 non è univocamente determinato da X ma dipende anche dall'elemento generico $\aleph_t$ della degenerazione.

Si dimostra, inoltre, che le diseguaglianze precedenti sul K^2 non sono puramente combinatoriche ma riflettono importanti proprietà geometriche delle degenerazioni considerate.

Come ulteriori conseguenze si generalizzano i risultati di Guido Zappa ('40-'50):

Teorema. *2.*

Sia $\aleph \to \Delta$ una degenerazione immersa di superfici, avente come fibra centrale $X := \aleph_0$ una unione di piani. Sia g il genere sezionale e $\chi := \chi(\aleph_t, O_{\aleph_t})$, $t \neq 0$.

Se X ha al piu' punti singolari di tipo E_3, E_4, E_5 e R_3, allora $K^2 \leq 8\chi - g + 1$.

In particolare, se $\aleph_t$ e' una superficie rigata di genere sezionale $g \geq 2$, allora X ha necessariamente singolarita' peggiori di E_3, E_4, E_5 e R_3.

Via Vetoio (Loc. Coppito) - 67010 L'Aquila
E-mail address: flamini@mat.uniroma3.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14J17, 14D06, 14N20; (Secondarie) 14B07, 14N10.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Deformazione di torsori sotto schemi in gruppo di ordine p

Carlo Gasbarri

Universita' di Roma II "Tor Vergata", Roma (I)

(lavoro in comune con F. Andreatta) Sia R un dvr completo, di campo residuo k perfetto di caratteristica $p > 0$ e G uno schema in gruppi finito e piatto su R. Sia $X \to R$ uan curva (relativa) liscia e proiettiva; X_k la sua fibra speciale e $Y_k \to X_k$ un G_k– torsore (PHS). Tramite dei controesempi mostreremo che, se G non e' etale su R, non si puo' sempre rilevare Y_k a un G– torsore su X. Descriveremo quindi un teorema che ci dice che, a meno di cambiare la "deformazione" della fibra speciale, e' sempre possibile deformare il torsore. Questo puo' essere fatto tramite una descrizione (che generalizza le teorie di Kummer e di Artin–Schreier) dei torsori sotto i gruppi di Oort-Tate nella topologia di Zariski.

Viale della Ricerca Scientifica, 00133 Roma (I)
E-mail address: gasbarri@ mat.uniroma2.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14G20, 14D10, 14B12, 14L15, 14L30..

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Generazione naturale di Curve non-speciali

Margherita Guida

Università degli Studi di Napoli "Federico II"

In questa comunicazione si presentano dei risultati sulla generazione naturale di alcune curve non-speciali. In particolare, si considerano unioni nodali di rette dette Bamboo.

Relativamente ad un Bamboo aperto di grado d di $\mathbb{P}^r$, si dimostra che è naturalmente generato per ogni d e per ogni r tali che $r \leq d \leq 100$ e $3 \leq r \leq 10$ a meno che non sia un Bamboo di 5 rette di $\mathbb{P}^3$ o $\mathbb{P}^4$. Risultati analoghi sono stati dimostrati su una curva generale razionale liscia.

Invece, relativamente ad un Bamboo chiuso di grado d di $\mathbb{P}^r$, si dimostra che è naturalmente generato per ogni d e per ogni r tali che $r \leq d \leq 100$ e $3 \leq r \leq 10$. Questi risultati sui Bamboo chiusi portano ad una dimostrazione alternativa del fatto che una curva ellittica irriducibile generica è sempre naturalmente generata.

Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli "-Università di Napoli "Federico II"- Complesso Universitario di Monte S. Angelo- Via Cinthia- 80126 Napoli

E-mail address: maguida@unina.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14H50, 14N05.

Ricerca supportata dal Progetto Prin *Geometria delle Varietà Algebriche*

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Motivi finiti secondo Schur

Carlo Mazza

Rutgers University

In una categoria tensoriale, pseudoabeliana e $\mathbb{Q}$-lineare, applichiamo il classico formalismo dei funtori di Schur e diciamo che un oggetto X è finito secondo Schur se esiste un intero n e una partizione λ di n tali che X è annullato dal funtore di Schur corrispondente a λ. Studiamo le proprietà principali di questi oggetti e, in particolare, le relazioni tra la finitezza secondo Schur e la finitezza secondo Kimura (Cfr. [1], [2] e [3]).

Applichiamo queste nozioni alla categoria dei motivi classici $\mathcal{M}_r$ (modulo equivalenza razionale e tensorizzati con $\mathbb{Q}$) e alla categoria di Voevodsky **DM**. In particolare, dimostriamo che il motivo di una curva affine è finito dimensionale secondo Kimura.

BIBLIOGRAFIA

[1] Kimura, S.-I., *Chow motives can be finite-dimensional, in some sense*, sarà pubblicato nel J. of Alg. Geom..

[2] Guletskiĭ, V. e Pedrini, C., *The Chow motive of the Godeaux surface*, Algebraic Geometry. A volume in Memory of Paolo Francia., Walter de Gruyter, 2002.

[3] André, Y. and Kahn B. (appendice di O'Sullivan, P.), *Nilpotence, raidcaux et structures monoïdales*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova **108** (2002).

Carlo Mazza, Mathematics Department - Rutgers University, Hill Center - Busch Campus, Piscataway, NJ 08854, U.S.A.
E-mail address: mazzac@math.rutgers.edu

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14, 19.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Intorno alla geometria birazionale delle 3-varietà unirigate

Massimiliano Mella

Università di Ferrara

Una 3-varietà U è detta unirigata se ammette una mappa genericamente finita e suriettiva $f : Y \times \mathbb{P}^1 \dashrightarrow U$. Tali varietà attrassero l'attenzione dei geometri algebrici classici ed in particolare di Fano; tra i primi ad occuparsi di alcune classi di varietà unirigate, che poi da lui presero il nome. La teoria dei modelli minimali permette oggi di mostrare che una 3-varietà unirigata è birazionale ad uno spazio di Mori di dimensione 3.

Definizione. *Uno spazio di Mori di dimensione 3 è un morfismo $\pi : X \to W$ a fibre connesse per cui si ha*
- *X ha singolarità terminali e $\mathbb{Q}$-fattoriali*
- $3 = \dim X > \dim W$
- $rkPic(X/W) = 1$
- $-K_X$ *è π-ampio*

Gli spazi di Mori in dimensione tre vengono divisi in accordo alla dimensione di W in fibrati in coniche, $\dim W = 2$, *fibrazioni in del Pezzo,* $\dim W = 1$, *Fano,* $\dim W = 0$.

In altri termini esiste una modificazione birazionale $\varphi : U \dashrightarrow X$ per cui $\pi : X \to W$ è un fibrato in coniche, oppure una fibrazione in del Pezzo o una varietà di Fano. In generale lo spazio di Mori associato ad una data varietà unirigata non è unico e uno degli aspetti più interessanti della geometria birazionale delle 3-varietà unirigate è proprio quello di determinare l'insieme degli spazi di Mori che sono birazionali ad una data 3-varietà .

Definizione. *Sia U una 3-varietà unirigata, la pliability di U è*

$$P(U) = \{X/W \textit{ spazio di Mori} \mid \textit{esiste } \varphi : U \dashrightarrow X \textit{ birazionale}\}/\sim$$

dove la relazione di equivalenza $\sim$ è la seguente $X/W \sim X'/W'$ se esiste una mappa birazionale $\chi : X \dashrightarrow X'$ che induce una mappa birazionale tra W e W' ed è un isomorfismo sulla fibra generica.

In particolare U è detta birazionalente rigida se $P(U) = \{U\}$.

L'utilizzo di tecniche ereditate dal programma dei modelli minimali permette di studiare la pliability di alcuni spazi di Mori. In particolare risultati e congetture classiche di Fano, Iskovskikh e Manin possono essere reinterpretate e chiarite in questo nuovo e più ampio contesto.

Nel corso della comunicazione illustrerò alcuni risultati in questo ambito che portano alla seguente congettura.

Congettura. *Sia $X_4 \subset \mathbb{P}^4$ una quartica $\mathbb{Q}$-fattoriale con singolarità terminali allora $P(X)$ è un insieme finito*

Dipartimento di Matematica - Via Machiavelli 35 - 44100 Ferrara
E-mail address: mll@unife.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14E30, 14E05,14J30,14J45.

Le ricerche in oggetto sono state finanziate dal MIUR, attraverso il Progetto Nazionale "Geometria sulle Varietà Algebriche, dall' Università di Ferrara e da GNSAGA-INDAM.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Una generalizzazione del criterio di contrazione di Castelnuovo

Gianluca Occhetta

Dipartimento di Matematica - Università di Trento

Un risultato classico in Geometria Algebrica, che costituisce uno dei più importanti successi della scuola italiana, è la classificazione birazionale delle superfici lisce attraverso la teoria dei modelli minimali.

Un punto chiave di tale teoria è il fatto che, partendo da una qualsiasi superficie liscia, è possibile raggiungere un modello minimale attraverso trasformazioni birazionali che sono l'inverso dello scoppiamento di un punto liscio; in tale procedura risulta fondamentale il criterio di contrazione di Castelnuovo.

La situazione si complica salendo di dimensione: i risultati della teoria di Mori assicurano che una varietà liscia non unirigata il cui fibrato canonico non sia numericamente effettivo ammette contrazioni birazionali, ma tra queste non ci sono solamente inversi di scoppiamenti lisci.

La comunicazione si propone di illustrare una caratterizzazione delle contrazioni di Mori che sono scoppiamenti di punti lisci; tale caratterizzazione nel caso delle superfici è una riformulazione del criterio di Castelnuovo.

Il teorema del cono asserisce che il cono delle curve effettive di una varietà è localmente poliedrale nel semispazio in cui il fibrato canonico è negativo, mentre il teorema di contrazione mostra che i raggi che generano tale porzione del cono, detti *raggi estremali*, corrispondono a morfismi della varietà, detti contrazioni estremali o di Mori. Inoltre ad ogni raggio estremale è possibile associare un intero positivo, detto *lunghezza*, definito come il minimo grado anticanonico delle curve (razionali) contratte.

Il nostro risultato è il seguente:

Teorema. *Una varietà proiettiva liscia X di dimensione n possiede un raggio estremale birazionale di lunghezza $n-1$ se e solo se esiste un morfismo $\varphi : X \to X'$ in una varietà proiettiva liscia che è lo scoppiamento di X' in un punto.*

Verrà presentata l'idea principale della dimostrazione, cioè l'utilizzo della teoria delle deformazioni di curve razionali su una varietà proiettiva, e si discuteranno poi altri risultati di caratterizzazione di scoppiamenti e di raggi speciali.

Via Sommarive 14 - 38050 Povo (TN)
E-mail address: occhetta@science.unitn.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14E30, 14J40.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Teoria di Brill-Noether e ampiezza di divisori su schemi di Hilbert di punti.

Gianluca Pacienza

Dipartimento di Matematica, Università di Roma "La Sapienza"

Sia C una curva algebrica complessa proiettiva liscia. Il prodotto simmetrico k-esimo $C^{(k)}$ di C è una varietà liscia di dimensione k che parametrizza k-uple non ordinate di punti su C. Nel caso di una superficie algebrica complessa compatta S il prodotto simmetrico $S^{(k)}$ è singolare. Una sua desingolarizzazione è fornita dallo schema di Hilbert $S^{[k]}$ che parametrizza sottoschemi zero dimensionali di S di lunghezza k.

Lo studio del cono dei divisori ampii sul prodotto simmetrico di una curva algebrica (risp. sullo schema di Hilbert di punti su una superficie algebrica di tipo K3) è intimamente legato alla teoria di Brill-Noether della curva (risp. delle curve singolari sulla superficie), ovvero allo studio dei morfismi della curva verso uno spazio proiettivo. Nella comunicazione presenterò i casi nei quali è nota la descrizione del cono ampio di $C^{(k)}$, evidenziando, per $k = 2$, i collegamenti con la teoria dei sistemi lineari di curve piane; l'estensione al caso singolare dei risultati di Lazarsfeld concernenti la teoria di Brill-Noether di curve sezioni iperpiane di una superficie $K3$ e la relazione con la geometria delle varietà simplettiche irriducibili, nonché le numerose questioni che rimangono aperte.

P.le Aldo Moro, 2 - 00185 Roma
E-mail address: pacienza@mat.uniroma1.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* Classificazione AMS: 14H10, 14H51, 14J28, 14J60..

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Mappe momento e nuclei di Szego equivarianti

Roberto Paoletti

Dipartimento di matematica e applicazioni, Universita' di Milano Bicocca

Sia data l'azione Hamiltoniana di un gruppo compatto semisemplice su una varieta' proiettiva polarizzata (M,L). Mediante tecniche microlocali studiamo il comportamento asintotico locale e globale di serie lineari su M definite in termini dell'azione e delle rappresentazioni irriducibili di G.

Via Bicocca degli Arcimboldi 8, 20126 Milano
E-mail address: paoletti@matapp.unimib.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* Classificazione AMS.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Superfici minimali di tipo generale con $p_g = q = 1$, $K^2 = 8$ e mappa bicanonica di grado 2

Francesco Polizzi

Universita' di Roma 2 "Tor Vergata"

Fra le superfici minimali irregolari di tipo generale, quelle con $p_g = q = 1$ hanno il minimo genere geometrico. Esse sono dunque naturali candidati per iniziare lo studio delle superfici con $q = 1$ e, piu' generalmente, con un fascio irrazionale. Il caso $K^2 = 2$ e' stato studiato da Catanese in [1], mentre il caso $K^2 = 3$ e' stato descritto da Catanese e Ciliberto in [3]. Per K^2 piu' alto si conoscevano finora solo due esempi sporadici, uno con $K^2 = 4$ costruito da Xiao in [4] e l' altro con $K^2 = 5$ costruito da Catanese in [2]. In questa comunicazione presentiamo la costruzione di tutte le superfici minimali di tipo generale con $p_g = q = 1$, $K^2 = 8$ che hanno mappa bicanonica di grado 2, in analogia con quanto fatto da Pardini in [5] nel caso $p_g = q = 0$.

[1] F. Catanese: "On a class of surfaces of general type"
[2] F. Catanese "Singular bidouble covers and the costruction of interesting surfaces of general type"
[3] F. Catanese e C. Ciliberto: "Symmetric products of elliptic curves and surfaces of general type with $p_g = q = 1$"
[4] G. Xiao: "Surfaces fibrees in curves of genre deux"
[5] R. Pardini: "The classification of double planes of general type with $K^2 = 8$ and $p_g = q = 0$.

Teorema. *Sia S una superficie minimale di tipo generale con $p_g = q = 1$, $K^2 = 8$ tale che la sua mappa bicanonica ha grado 2. Allora S e' isomorfa ad un quoziente del tipo $(C \times F)/G$, dove C, F sono curve lisce e G e' un gruppo finito la cui azione diagonale e' libera sul prodotto. Inoltre C e' iperellittica di genere 3, mentre per F, G si presentano esattamente i tre casi seguenti:*

a) $g(F) = 3$, $G = Z_2 \times Z_2$*;*
b) $g(F) = 4$, $G = S_3$*;*
c) $g(F) = 5$, $G = D_4$.

Via della Ricerca Scientifica, 00133 Roma
E-mail address: polizzi@mat.uniroma2.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14J29.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Sulla riducibilità dello schema di postulazione di Hilbert

Alfio Ragusa

Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Catania

Sia k un campo algebricamente chiuso e P^n sia lo spazio proiettivo n-dimensionale su k. Denotiamo con $Hilb^d(P^n)$ lo schema di Hilbert che parametrizza gli schemi 0-dimensionali di grado d di P^n. Se H è una funzione di Hilbert ammissibile per uno schema 0-dimensional di P^n, di grado d, noi denoteremo con $Hilb^H(P^n)$ lo schema di postulazione di Hilbert che consiste nel sottoschema localmente chiuso di $Hilb^d(P^n)$ parametrizzante i sottoschemi aventi funzione di Hilbert H. Mentre lo schema di Hilbert $Hilb^d(P^n)$ è stato approfonditamente studiato, si veda ad esempio [Ia] per una panoramica sul tema, sul suo sottoschema $Hilb^H(P^n)$ ben poche informazioni sono note. Ad esempio, una prima semplice proprietà afferma che $Hilb^H(P^n)$ è non vuoto se e solo se ΔH è una O-sequence. Gotzmann in [Go] ha provato che $Hilb^H(P^2)$ è liscio ed irriducibile, quindi connesso. In seguito la connessione fu generalizzata in ogni P^n da Mall e Pardue in [Ma] e [Pa]. Altri risultati correlati in questo campo si possono trovare in [IK]. Ora, poiché è noto che $Hilb^d(P^n)$ può essere riducibile per $n \geq 3$ ci si chiede se lo stesso accade per $Hilb^H(P^n)$. La stessa questione si pone poi per il sottoschema aperto $Hred^d(P^n)$ di $Hilb^d(P^n)$ che parametrizza gli insiemi di d punti di P^n. Ora, poiché $Hred^d(P^n)$ è irriducibile, ci si chiede cosa si può dire per $Hred^H(P^n) = Hred^d(P^n) \cap Hilb^H(P^n)$.

In quel che segue daremo una semplice condizione sulla funzione di Hilbert H in termini delle possibili sequenze di numeri di Betti graduati compatibili con essache obbliga sia $Hred^H(P^n)$ che $Hilb^H(P^n)$ ad essere riducibili.

[T] Tsuji, H.: Stability of tangent bundles on minimal algebraic varieties. *Topology* **27**, (1988) 429-442.

[Ca] G. Campanella, *Standard bases of perfect homogeneous polynomial ideals of height 2, J. Algebra* **101** *(1986), 47–60.*

[Go] G. Gotzmann, A stratification of the Hilbert scheme of points in the projective plane, Math. Z. **199***(4) (1988), 539–547.*

[Ha] R. Hartshorne, Algebraic geometry, Springer-Verlag, GTM 52 (1977).

[Hu] H. A. Hulett, Maximum Betti Numbers of Homogeneous Ideals with a Given Hilbert Function, Comm. in Alg. **21***(7) (1993), 2335–2350.*

[Ia] A. Iarrobino, Punctual Hilbert Schemes, Mem. Amer. Math. Soc. **10***(188) (1977).*

[IK] A. Iarrobino, V. Kanev, Power Sums, Gorenstein Algebras, and Determinantal Loci, Springer-Verlag, LNM 1721 (1999).

[Ma] D. Mall, Connectedness of Hilbert function strata and other connectedness results, J. of Pure and Applied Algebra **150** *(2000), 175–205.*

[Pa] K. Pardue, Deformations of graded modules and connected loci on the Hilbert scheme, The Curves Seminar at Queen's, Vol. XI, Queen's Papers in Pure and Appl. Math., **105** *(1997), 131–139.*

[RZ] A. Ragusa, G. Zappalà, Partial Gorenstein in Codimension 3, Le Matematiche Vol. LV (2000)-Fasc. II, 353–371.

Viale A. Doria 6 - 95125 Catania
E-mail address: ragusa@dmi.unict.it

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Sulla regolarità di Castelnuovo-Mumford e finitezza delle funzioni di Hilbert di algebre graduate standard.

Maria Evelina Rossi

Universita' di Genova

La regolarita' di Castelnuovo-Mumford di un'algebra graduata standard ha un intrinseco interesse sia geometrico che algebrico in quanto fornisce bounds su importanti invarianti numerici dell'algebra quali il massimo grado delle sizigie in una risoluzione libera minimale o il grado di annullamento dei moduli di comologia locale. Inoltre un risultato di Bayer e Stillman prova che la regolarita' di Castelnuovo-Mumford fornisce anche una misura della complessita' per la determinazione di una base di Groebner per l'ideale di definizione dell'algebra.

Quest'ultimo risultato, unitamente ad un teorema di Gotzmann, lega la regolarita' al problema della finitezza delle funzioni di Hilbert per classi di algebre graduate standard. Si presenta un approccio algebrico ad un teorema di Kleiman che fornisce un bound superiore per la regolarita'di Castelnuovo-Mumford dei domini graduati in termini della molteplicita' e della dimensione con conseguente finitezza delle possibili funzioni di Hilbert. Un'altra applicazione sara' rivolta allo studio della regolarita' di Castelnuovo-Mumford del cono tangente ad un anello locale, migliorando alcuni risultati di Srinivas e Trivedi ottenuti nel caso di anelli locali Cohen-Macaulay.
I risultati presentati sono stati ottenuti in collaborazione con N.V.Trung e G.Valla.

Dipartimento di Matematica, Via Dodecaneso 35, I-16154-Genova
E-mail address: rossim@dima.unige.it

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Curve e monodromia

Enrico Schlesinger

Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano

Sunto

La teoria di Castelnuovo della posizione uniforme permette di studiare i gruppi di monodromia ottenuti proiettando curve nello spazio proiettivo. Una retta nello spazio proiettivo tridimensionale si dice uniforme rispetto a una curva fissata se proiettando dalla retta la curva si ottiene un rivestimento ramificato della retta proiettiva il cui gruppo di monodromia è l'intero gruppo simmetrico. Si dimostra che, per una curva liscia non razionale, le sole superfici di rette non uniformi sono cicli di Schubert di rette passanti per un punto non birazionale: la proiezione della curva da tale punto nel piano non è birazionale sull'immagine. Si costruiscono esempi di curve razionali di grado tre, quattro e sei rispettivamente, per le quali esistono delle superfici di rette non uniformi che non sono dei cicli di Schubert. Questi dovrebbero essere gli unici gradi eccezionali. Tali risultati raffinano i classici risultati di posizione uniforme per una curva proiettiva.

Lavoro in collaborazione col professor Gian Pietro Pirola.

Enrico Schlesinger. Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano Piazza Leonardo da Vinci, 32 - 20133 MILANO
E-mail address: enrsch@mate.polimi.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14H05, 14H50.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Sopranelli di Prüfer di Z[X]

Francesca Tartarone

Dipartimento di Matematica, Università degli Studi "Roma Tre"

Il lavoro, in collaborazione con A. Loper, parte dalla seguente considerazione.

È noto che l'anello $\mathrm{Int}(\mathbb{Z}) = \{f \in \mathbb{Q}[X]; f(\mathbb{Z}) \subseteq \mathbb{Z}\}$ è un dominio di Prüfer, cioè ogni sua localizzazione in un ideale primo è un anello di valutazione. Inoltre $\mathbb{Z}[X] \subseteq \mathrm{Int}(\mathbb{Z}) \subseteq \mathbb{Q}[X]$. Fissato un primo $p \in \mathbb{Z}$, diciamo che un anello di valutazione in $\mathbb{Q}(X)$ è p-unitario se contiene p come elemento non invertibile. Un altro fatto noto è che i sopranelli di valutazione p-unitari di $\mathrm{Int}(\mathbb{Z})$ formano un insieme che è in biiezione con il completamento p-adico di $\mathbb{Z}$ e costituiscono, quindi, uno spazio metrico compatto rispetto alla topologia p-adica.

Cosa si può dire di un generico dominio D di Prüfer tale che $\mathbb{Z}[X] \subseteq D \subseteq \mathbb{Q}[X]$?

Partendo da un lavoro di Saunders MacLane apparso su Trans. Amer. Math. Soc. nel 1936, abbiamo pre-ordinato tutte le valutazioni p-unitarie di $\mathbb{Q}(X)$, per un primo p fissato. Indichiamo con T_p l'insieme di tutti i sopranelli di valutazione p-unitari di $\mathbb{Z}[X]$ e con $T_p(D)$ l'insieme di tutti i sopranelli di valutazione p-unitari di D. Naturalmente $T_p(D) \subseteq T_p$ se $\mathbb{Z}[X] \subseteq D \subseteq \mathbb{Q}(X)$. Utilizzando la relazione di pre-ordine che abbiamo posto su T_p, possiamo definire su questo insieme una metrica $\mathbf{d}$ che viene a coincidere con la metrica p-adica quando ci si restringe, ad esempio, a $T_p(\mathrm{Int}(\mathbb{Z}))$. Uno dei risultati centrali di questo lavoro è una caratterizzazione di tutti i domini di Prüfer D compresi fra $\mathbb{Z}[X]$ e $\mathbb{Q}[X]$, in termini della "struttura topologica" dell'insieme $T_p(D)$. Più precisamente, abbiamo il seguente teorema:

Teorema. *Sia dato un dominio D tale che $\mathbb{Z}[X] \subseteq D \subseteq \mathbb{Q}[X]$. Allora D è un dominio di Prüfer se e solo se D è integralmente chiuso e $T_p(D)$ è un sottospazio compatto e di frontiera (rispetto alla metrica $\mathbf{d}$) di T_p, per ogni primo p di $\mathbb{Z}$.*

Più generalmente, abbiamo esteso le tecniche utilizzate nel caso Prüfer per descrivere la struttura di ogni dominio D integralmente chiuso compreso fra $\mathbb{Z}[X]$ e $\mathbb{Q}[X]$ come intersezione di quattro domini: $D := D_1 \cap D_2 \cap D_3 \cap D_4$, dove ogni D_i è opportunamente classificato (ad esempio, D_1 è di Prüfer e D_2 è localmente Noetheriano).

Dipartimento di Matematica, Università degli Studi "Roma Tre", Largo San Leonardo Murialdo 1, 00146 Roma.
E-mail address: tfrance@mat.uniroma3.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* Primary: 13G05, 13F05, 13F20, 13B24; Secondary: 13C05, 13B22, 13B30, 13F30.

XVII Congresso U.M.I.
Milano, 8-13 settembre 2003

Osservazioni sulla congettura di Hodge per prodotti di superficie K3.

Bert van Geemen

Università di Milano

La congettura di Hodge per una varietà algebrica liscia X afferma che lo spazio vettoriale dei cicli di Hodge $H^{2p}(X, \mathbb{Q}) \cap H^{p,p}(X)$ è generato da classi di sottovarietà di codimensione p su X. Nel caso $X = S \times S$, dove S è una superficie K3, Zarhin ha determinato tale spazio per $p = 2$. Noi discutiamo:

[(i)] una costruzione che a certi cicli di Hodge su X associa un'altra superficie K3, S', e un ciclo di Hodge su $S \times S'$,

[(ii)] un legame tra superficie K3 e varietà abeliane che permette di dimostrare la congettura di Hodge per $S \times S$ in vari casi.

Dipartimento di Matematica, Via Saldini 50, 20133 Milano
E-mail address: geemen@mat.unimi.it

1991 *Mathematics Subject Classification.* 14C30, 14J28.

GEOMETRIA ALGEBRICA OMOTOPICA E SPAZI DI MODULI DERIVATI

BERTRAND TOEN AND GABRIELE VEZZOSI

Recentemente alcune questioni provenienti sia dalla Geometria Algebrica (Teoria della deformazione derivata: Kontsevich, Hinich et al.) che dalla Topologia Algebrica (la cosiddetta "Brave new algebra", le coomologie di tipo cromatico superiore, le "topological modular forms" ecc.: May, Hopkins, Miller et al.) hanno posto in evidenza l'esigenza di un linguaggio sufficientemente flessibile nel quale fare della geometria algebrica su oggetti (come gli spettri in anelli o i complessi di fasci) cui è associata una naturale teoria dell'omotopia, della quale le costruzioni geometrico-algebriche devono tener conto. Con B. Toen abbiamo intrapreso da qualche anno un programma di lavoro il cui scopo è di sviluppare un tale linguaggio e di darne applicazioni a molte delle questioni sopra accennate. Tale programma, denominato "Geometria algebrica omotopica", sviluppa una geometria algebrica i cui oggetti affini siano in corrispondenza biunivoca con oggetti tipo-monoide commutativo in una categoria di base che sia monoidale (simmetrica) e nella quale sia definita una teoria dell'omotopia (per mezzo di una struttura di categoria modello di Quillen).

Dopo aver definito una nozione omotopicamente significativa di topologia di Grothendieck su tali categorie di base, abbiamo definito e studiato la teoria degli stacks sui siti omotopici corrispondenti; in particolare la nozione di *stack geometrico* (reminiscente della nozione di stack algebrico di Artin) fornisce il tipo di oggetto su cui in effetti è possibile fare della geometria modo ragionevole. La cosiddetta Geometria Algebrica Derivata corrisponde al caso in cui la categoria di base sia quella dei complessi di moduli su un anello commutativo fissato; in tale contesto la geometria algebrica omotopica produce stacks geometrici essenzialmente incollando algebre E_∞ secondo quasi-isomorfismi anziché secondo isomorfismi come nella teoria dei dg-schemi. Per stacks geometrici "derivati" sono disponibili analoghi di tutte le costruzioni comuni in geometria algebrica (Moduli quasi-coerenti e coerenti, stack tangente, K-teoria, gruppi di Chow ecc.). Particolarmente interessante è la prospettiva di sviluppare una teoria dell'intersezione, completa di un formalismo di Riemann-Roch per stacks derivati percheé questa dovrebbe in particolare fornire un analogo "non virtuale" della classe fondamentale di Behrend-Fantechi.

Nella comunicazione orale, si darà un'idea generale della geometria algebrica omotopica e di come questa si applichi alla costruzione di spazi di moduli derivati come ad esempio lo stack derivato dei fibrati vettoriali di rango fissato su una varietà algebrica, che risulterà in effetti liscio (in un senso derivato).

Laboratoire J. A. Dieudonné, UMR CNRS 6621, Université de Nice Sophia-Antipolis, France
E-mail address: toen@math.unice.fr

Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, 40127 Bologna, Italy
E-mail address: vezzosi@dm.unibo.it