

Marco Trozzo

(Università di Bologna)

Schemi di Hilbert e teoria di Hodge non abeliana su curve ellittiche

Sia Σ una curva ellittica e $T^*\Sigma$ il suo fibrato tangente. Esiste un isomorfismo tra i gruppi di coomologia degli schemi di Hilbert $(T^*\Sigma)^{[n]}$ e $(\mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^*)^{[n]}$ in cui la filtrazione perversa associata alla fibrazione di Hitchin su $(T^*\Sigma)^{[n]}$ corrisponde alla filtrazione dei pesi su $(\mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^*)^{[n]}$. Tale isomorfismo viene interpretato come analogo alla coincidenza delle due filtrazioni riscontrata per fibrati di Higgs di rango due su una curva di genere maggiore di uno (congettura $P = W$).

In un recente lavoro M. Groechenig identifica lo schema $(T^*\Sigma)^{[n]}$ con lo spazio di moduli di fibrati di Higgs con un dato di stabilità, mediante l'utilizzo della trasformata di Fourier-Mukai relativa, e lo schema di Hilbert di una deformazione Σ^\natural di $T^*\Sigma$ con lo spazio dei moduli di connessioni piate. Tale schema di Hilbert risulta biolomorfo a $(\mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^*)^{[n]}$ e tale isomorfismo può pensarsi come un analogo della corrispondenza di Riemann-Hilbert.

Descriveremo gli oggetti che vengono parametrizzati da questi spazi in termini di estensioni rispetto a una filtrazione naturale, fornendo una presentazione esplicita in termini di fattori di automorfia dei fibrati di Higgs, rispettivamente connessioni, associati ai sottoschemi di lunghezza $n \leq 3$.

Si discuteranno brevemente in questo caso alcune congetture di Simpson sulle compattificazioni di tali spazi di moduli e sul dual boundary complex della varietà dei caratteri.