

Tutorato di GE110

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez

Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

TUTORATO 1

6 MARZO 2013

1. Dare un esempio di due matrici quadrate non nulle di ordine tre il cui prodotto sia una matrice nulla.

2. Sia $C \in M_2(\mathbb{C})$, $C = \begin{pmatrix} i & 1 \\ 2 & i \end{pmatrix}$, svolgere le seguenti operazioni:

- $iC^2 + 3C + i\mathbb{I}$;
- $3C^2 + 7C^3$;
- $C^t C$.

3. Siano $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \\ 3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Calcolare ove possibile:

- A^t ; C^t , AC , $A^t C$, $A^t C^t$, $C^t A^t$;
- ACD , $3(AC + B)D^2$.

4. Trovare per ognuna delle seguenti matrici A una matrice M tale che:

- il prodotto matriciale (righe per colonne) $A \cdot M$ sia ben definito.

- $A \cdot M = 0$ (matrice nulla).

$$a = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix},$$

$$e = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -5 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}.$$

5. Siano A e B due matrici quadrate di uguale dimensione. È vero che:

a) $(A + B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$;

b) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

Altrimenti qual è l'ipotesi mancante?

6. Mostrare che la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 7 & 20 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ é nilpotente di ordine 3.

7. Dimostrare che se una matrice quadrata é nilpotente allora non può essere invertibile.