Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di GE110

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez
Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

Tutorato 6
17 Aprile 2013

1. Verificare con un esempio che $Det(A+B) \neq Det(A) + Det(B)$.

2. Si dimostri che $det(M) = \pm 1$, con $M \in O_n(K)$ (gruppo delle matrici ortogonali $n \cdot n$ a valori in K). Si verifichi se $O_n(K)$ è un sottospazio vettoriale di $M_n(K)$.

3. Si calcoli determinante e rango delle seguenti matrici: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$;
$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$;
$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; $E = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Determinare se le matrici dell'esercizio precedente sono invertibili e in tal caso calcolarne l'inversa.

5. Si trovino i valori del parametro reale c per cui il rango delle seguenti matrici sia massimo:
$A = \begin{pmatrix} 1 & c & c \\ 1 & 1 & c \\ 2 & c & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & c \\ 1 & c & 2 & 1 \\ c+1 & 0 & c+1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & c & 1 & c \\ c & 2 & c & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,
$D = \begin{pmatrix} c & 0 & c \\ c-1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ c & 2c & c \end{pmatrix}$.

6. Discutere la risolubilitá dei sistemi lineari $AX = B$ al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, specificando il numero di soluzioni nei vari casi. Nei casi in cui il sistema sia risolubile, calcolarne le soluzioni (se la soluzione è unica utilizzare Cramer).
$A_1 = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ 3 & 2k & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $B_1 = \begin{pmatrix} k^2-1 \\ 2k-2 \\ 0 \end{pmatrix}$;
$A_2 = \begin{pmatrix} k & -k & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & k & 1 \end{pmatrix}$; $B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$;

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix};\ B_3 = \begin{pmatrix} 2k-1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} k & 2 \\ 1 & -k \\ 3 & k-1 \end{pmatrix};\ B_4 = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ k+1 & 1 & -1 \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix};\ B_5 = \begin{pmatrix} -k \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$