

Tutorato di GE110

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez

Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

TUTORATO 7

24 APRILE 2013

1. Si determinino esplicitamente, al variare del parametro k , tutte le soluzioni dei seguenti sistemi lineari, utilizzando in caso di soluzione unica il metodo di Cramer:

$$(a) \begin{cases} 2y + kz = 1 \\ kx + 2y = 2 \\ y + kz = 3 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} kx + z = k \\ ky + 3z = k \\ 2x + ky + z = k \end{cases} \quad (c) \begin{cases} 3x + ky + 2z = 1 \\ 5x + ky + kz = 0 \\ x + kz = 1 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x + kz + w = 1 \\ x + 2y + kz + w = 0 \\ z + 2w = 2 \\ x + kw = 0 \end{cases}$$

2. Stabilire, al variare del parametro reale a , quando le seguenti matrici sono invertibili. Se invertibili, trovare l'inversa, altrimenti calcolarne il rango.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & a & 1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & a \\ a & a & 1 \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 0 & a & a \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 & 0 \\ 1 & a & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & a \\ 1 & -1 & -1 & a \end{pmatrix}.$$

3. Stabilire se i punti $A, B, C \in \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ sono allineati e, in caso affermativo, trovare le equazioni cartesiane della retta che li contiene. Quando c'è un parametro, discuterlo.

(a) $A = (1, 0)$, $B = (2, 3)$, $C = (3, 6)$
 (b) $A = (5, 4)$, $B = (4, 6)$, $C = (2, 1)$
 (c) $A = (2, 1)$, $B = (3, k + 1)$, $C = (2 + k, 2)$

4. Si scrivano l'equazione del piano E soddisfacente alle seguenti proprietà:

(a) passante per $A(1, 1, 0)$ e parallelo ai vettori $u = (1, 0, 1)$ e $v = (0, 2, 3)$.
 (b) passante per $B(0, 1, 1)$ e $C(3, 2, 1)$ e parallelo a $w = (0, 0, 5)$.

5. Dati i seguenti sottospazi affini si trovi una base della loro giacitura:

(a) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_3 - x_4 = e\}$;
 (b) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -x + z - 5y = 3\} \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y = 5\}$;
 (c) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = -1 \wedge x = 2\}$.

6. Si trovi per ogni coppia di punti $A, B, C \in \mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ la retta passante per essi, e si trovi poi il piano in cui sono contenuti. Quando c'è il parametro, discuterlo.

• $A = (1, 1, 0)$ $B = (1, 0, 1)$ $C = (1, 0, 0)$.

- $A = (0, 0, 0)$ $B = (1, 2k, k)$ $C = (k, k, 2)$.
- $A = (1, k, k)$ $B = (2, 2k, 2)$ $C = (k, 1, 1)$.