Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di GE110

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez
Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

Tutorato 8
8 Maggio 2013

1. Verificare che le rette:
$r : x + 2y + z - 1 = x - 3z + 3 = 0$
$s : \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2} = z$
sono parallele, e trovare l'equazione del piano E che le contiene.

2. Sia $A^2(\mathbb{R})$ il $2-$*spazio* affine numerico, sia $O\mathbb{E}_1\mathbb{E}_2$ il sistema di riferimento standard:
(a) si trovino le equazioni parametriche e cartesiana della retta r passante per $P = (1, 2)$ e parallela al vettore $\vec{v} = (1, -\frac{1}{2})$;
(b) si consideri la retta s passante per i punti $Q = (0, -\frac{3}{2})$ e $R = (-1, 2)$, si trovino le equazioni parametriche e cartesiana;
(c) r e s sono sghembe? Sono parallele? Sono incidenti? (Giustificare la risposta);
(d) si trovino gli eventuali punti in comune;
(e) si determinino le equazione della retta π del fascio proprio con centro il punto $S = (-\frac{4}{3}, \frac{19}{6})$ passante per $O = (0, 0)$;
(f) si scriva l'equazione del fascio improprio di rette parallele a π.

3. Si consideri lo spazio affine reale $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$.
(a) Sia r la retta di equazioni cartesiane: $r : \begin{cases} x + 2z + 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$
Determinare le equazioni parametriche di r.
(b) Sia s la retta di equazioni cartesiane: $s : \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 2x + 3y + 1 = 0 \end{cases}$
Dire se r ed s sono parallele, sghembe o incidenti. Nel caso in cui risultino incidenti determinare il loro punto di intersezione.
(c) Determinare le equazioni cartesiane della retta t complanare con le rette r ed s e passante per il punto $P = (1, 0, 1)$.
(d) Determinare le equazioni parametriche e cartesiane della retta q passante per il punto $Q = (1, 0, 0)$ e parallela al vettore $v = (1, -1, 4)$.
(e) Dire se t ed q sono parallele, sghembe o incidenti. Nel caso in cui risultino incidenti determinare il punto di intersezione.

4. Date le seguenti n-uple di punti in $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ fornire: dimensione, giacitura, equazioni cartesiane, equazioni parametriche del sottospazio minimo di $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ che le contiene.
$A = \{(1, 0, 0), (1, 1, 1), (1, 3, 3)\}$

$B = \{(1,2,1),(2,5,2),(-1,-3,-1)\}$
$C = \{(0,0,0),(1,2,3),(3,2,1)\}$
$D = \{(1,4,2),(1,5,3),(1,1,1)\}$
$E = \left\{(0,1,1),(4,3,2),(2,2,\frac{3}{2})\right\}$
$F = \{(3,2,7),(2,1,2),(0,0,1)\}$
$G = \{(1,2,0),(2,0,1),(3,3,3),(5,0,2)\}$
$H = \{(1,0,0),(0,1,1),(4,1,0),(5,0,-1)\}$

5. Confrontare la retta: $\begin{cases} x = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}$ con i sottospazi A, B, C, D dell'esercizio precedente e dire per ognuno di essi se risulta essere contenuta, parallela,coincidente, incidente o sghemba con il sottospazio. Inoltre nel caso di incidenza fornire il punto di incidenza.

6. Esiste un applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ suriettiva tale che $ker(f) = \{(x;y;z;t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y + z = 2z = 0\}$?

7. Sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ definito da:
$f(x;y;z) := (2x + 2y; x + z; x + 3y - 2z)$.
(a) Dire se f é suriettivo. In caso negativo, determinare un vettore v t.c. $f^{-1}(v) = \emptyset$.
(b) Dire se f é iniettivo. In caso negativo, determinare due vettori a e b in $\mathbb{R}^3$ t.c. $a \neq b$ ma $f(a) = f(b)$.
(c) Sia $E =< u; w >$, dove $u = (1;0;1)$;$w = (0;1;1)$. Dire se il vettore $x = (4;3;-2) \in f(E)$.

8. Verificare che le seguenti applicazioni sono lineari e determinarne nucleo ed immagine:
(a) $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita come $(x,y,z) \longrightarrow (2z - x, x + y, x + 2y + 2z)$;
(b) $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ definita come $(x,y) \longrightarrow (x - 2y, 2x + y, 5y, 3x - y)$;
(c) $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definita come $(x,y,z) \longrightarrow (x + y - z, x - y + z)$.