

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

# Tutorato di GE110

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez

Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

TUTORATO 2

13 MARZO 2013

1. Si enunci la definizione di spazio vettoriale e si dia a  $K^n$  una struttura di spazio vettoriale sul campo  $K$ .
2. Si determini l'inversa delle seguenti matrici:

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ ;

- $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ ;

- $C = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -2 \\ 7 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ .

Determinare inoltre  $(AB)^{-1}$  senza calcolare il prodotto  $AB$ .

3. Si mostri che l'inversa di ogni matrice simmetrica é anch'essa simmetrica.
4. Dimostrare che se  $A \in M_n(\mathbb{R})$  allora  ${}^tAA$  é simmetrica.
5. Si determinino, se esistono, tutte le soluzioni dei seguenti sistemi di equazioni lineari, utilizzando il metodo di Gauss-Jordan:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y + z = 0 \\ x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = -2 \\ x + y - 2z = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - y - z - 4t = 9 \\ 4x - 3z - t = 0 \\ 8x - 2y - 5z - 9t = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y + z + 4t = 0 \\ x - y - 4z + 2t = 0 \\ -x + y + 3z - 2t = 0 \\ 3x - 3y + z + 6t = 0 \end{cases}$$

6. Si scrivano le seguenti matrici come prodotto di matrici elementari:

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ;

- $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ .

7. Si discutano i seguenti sistemi al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} kx - y + z = 2 \\ x - ky + z = 3 - k^2 \\ x - y + kz = k + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = k \\ x - ky - z = 1 \\ 2x + y + kz = k + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + kz = 2k - 1 \\ x + ky + z = k \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x + kz = 1 \\ 3x + ky - 2z = 2 \\ kx + 2z = 1 \end{cases}$$