

# Tutorato di GE110

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez

Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

TUTORATO 6

10 APRILE 2013

1. Si determinino esplicitamente, al variare del parametro  $k$ , tutte le soluzioni dei seguenti sistemi lineari, utilizzando in caso di soluzione unica il metodo di Cramer:

$$(a) \begin{cases} 2y + kz = 1 \\ kx + 2y = 2 \\ y + kz = 3 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} kx + z = k \\ ky + 3z = k \\ 2x + ky + z = k \end{cases} \quad (c) \begin{cases} 3x + ky + 2z = 1 \\ 5x + ky + kz = 0 \\ x + kz = 1 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x + kz + w = 1 \\ x + 2y + kz + w = 0 \\ z + 2w = 2 \\ x + kw = 0 \end{cases}$$

2. Si dimostri che  $\det(M) = \pm 1$ , con  $M \in O_n(K)$  (gruppo delle matrici ortogonali  $n \cdot n$  a valori in  $K$ ). Si verifichi se  $O_n(K)$  è un sottospazio vettoriale di  $M_n(K)$ .

3. Verificare con un esempio che  $\text{Det}(A + B) \neq \text{Det}(A) + \text{Det}(B)$ .

4. Si calcoli determinante e rango delle seguenti matrici:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ ;

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Determinare se le matrici dell'esercizio precedente sono invertibili e in tal caso calcolarne l'inversa.

6. Stabilire, al variare del parametro reale  $a$ , quando le seguenti matrici sono invertibili. Se invertibili, trovare l'inversa, altrimenti calcolarne il rango.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & a & 1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & a \\ a & a & 1 \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 0 & a & a \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 & 0 \\ 1 & a & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & a \\ 1 & -1 & -1 & a \end{pmatrix}.$$