

# Tutorato di GE110

A.A. 2013-2014 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez

Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

TUTORATO 7

24 APRILE 2014

1. Stabilire se i punti  $A, B, C \in \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$  sono allineati e, in caso affermativo, trovare le equazioni cartesiane della retta che li contiene. Quando c'è un parametro, discuterlo.
  - (a)  $A = (1, 0)$ ,  $B = (2, 3)$ ,  $C = (3, 6)$
  - (b)  $A = (5, 4)$ ,  $B = (4, 6)$ ,  $C = (2, 1)$
  - (c)  $A = (2, 1)$ ,  $B = (3, k + 1)$ ,  $C = (2 + k, 2)$
2. Si scrivano l'equazione del piano  $E$  soddisfacente alle seguenti proprietà:
  - (a) passante per  $A(1, 1, 0)$  e parallelo ai vettori  $u = (1, 0, 1)$  e  $v = (0, 2, 3)$ .
  - (b) passante per  $B(0, 1, 1)$  e  $C(3, 2, 1)$  e parallelo a  $w = (0, 0, 5)$ .
3. Dati i seguenti sottospazi affini si trovi una base della loro giacitura:
  - (a)  $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_3 - x_4 = e\}$ ;
  - (b)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -x + z - 5y = 3\} \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y = 5\}$ ;
  - (c)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = -1 \wedge x = 2\}$ .
4. Verificare che le rette:  
 $r : x + 2y + z - 1 = x - 3z + 3 = 0$   
 $s : \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2} = z$   
sono parallele, e trovare l'equazione del piano  $E$  che le contiene.
5. Sia  $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$  il 2-spazio affine numerico, sia  $O\mathbb{E}_1\mathbb{E}_2$  il sistema di riferimento standard:
  - (a) si trovino le equazioni parametriche e cartesiana della retta  $r$  passante per  $P = (1, 2)$  e parallela al vettore  $\vec{v} = (1, -\frac{1}{2})$ ;
  - (b) si consideri la retta  $s$  passante per i punti  $Q = (0, -\frac{3}{2})$  e  $R = (-1, 2)$ , si trovino le equazioni parametriche e cartesiane;
  - (c)  $r$  e  $s$  sono sghembe? Sono parallele? Sono incidenti? (Giustificare la risposta);
  - (d) si trovino gli eventuali punti in comune;
  - (e) si determinino le equazioni della retta  $\pi$  del fascio proprio con centro il punto  $S = (-\frac{4}{3}, \frac{19}{6})$  passante per  $O = (0, 0)$ ;
  - (f) si scriva l'equazione del fascio improprio di rette parallele a  $\pi$ .
6. Si consideri lo spazio affine reale  $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ .
  - (a) Sia  $r$  la retta di equazioni cartesiane:  $r : \begin{cases} x + 2z + 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$

Determinare le equazioni parametriche di  $r$ .

(b) Sia  $s$  la retta di equazioni cartesiane:  $s : \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 2x + 3y + 1 = 0 \end{cases}$

Dire se  $r$  ed  $s$  sono parallele, sghembe o incidenti. Nel caso in cui risultino incidenti determinare il loro punto di intersezione.

(c) Determinare le equazioni cartesiane della retta  $t$  complanare con le rette  $r$  ed  $s$  e passante per il punto  $P = (1, 0, 1)$ .

(d) Determinare le equazioni parametriche e cartesiane della retta  $q$  passante per il punto  $Q = (1, 0, 0)$  e parallela al vettore  $v = (1, -1, 4)$ .

(e) Dire se  $t$  ed  $q$  sono parallele, sghembe o incidenti. Nel caso in cui risultino incidenti determinare il punto di intersezione.

7. Date le seguenti  $n$ -uple di punti in  $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$  fornire: dimensione, giacitura, equazioni cartesiane, equazioni parametriche del sottospazio minimo di  $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$  che le contiene.

$$A = \{(1, 0, 0), (1, 1, 1), (1, 3, 3)\}$$

$$B = \{(1, 2, 1), (2, 5, 2), (-1, -3, -1)\}$$

$$C = \{(0, 0, 0), (1, 2, 3), (3, 2, 1)\}$$

$$D = \{(1, 4, 2), (1, 5, 3), (1, 1, 1)\}$$

$$E = \{(0, 1, 1), (4, 3, 2), (2, 2, \frac{3}{2})\}$$

$$F = \{(3, 2, 7), (2, 1, 2), (0, 0, 1)\}$$

$$G = \{(1, 2, 0), (2, 0, 1), (3, 3, 3), (5, 0, 2)\}$$

$$H = \{(1, 0, 0), (0, 1, 1), (4, 1, 0), (5, 0, -1)\}$$

8. Confrontare la retta:  $\begin{cases} x = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}$  con i sottospazi  $A, B, C, D$  dell'esercizio precedente e dire per ognuno di essi se risulta essere contenuta, parallela, coincidente, incidente o sghemba con il sottospazio. Inoltre nel caso di incidenza fornire il punto di incidenza.