Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di GE110

A.A. 2013-2014 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez

Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

TUTORATO 8
8 MAGGIO 2014

1. Descrivere con equazioni cartesiane i seguenti sottospazi affini di $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ descritti in equazioni parametriche:
$$\begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = 2 + u + v \end{cases} ; \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 7t \\ z = 1 + 9t \end{cases} ; \begin{cases} x = 1 + u + v \\ y = v - u \\ z = 2 + 3u \end{cases}$$

2. Rappresentare con equazioni parametriche e cartesiane le seguenti rette:
   (a) passante per $A = (1; 2; 1)$ e parallela alla retta $s : x - 1 = 2y + 3 = 1 - z$.
   (b) passante per $B = (1; 2; 1)$ e parallela ai piani $E : x + y - 1 = 0$ e $F : 2y + 3 = 0$.

3. In $\mathbb{A}^3$ si scriva l'equazione del piano α passante per i punti $A = (1; 0; 0)$; $B = (2; 1; 1)$ e $D = (0; 1; 1)$ e l'equazione del piano β contenente le rette:
$$r : \begin{cases} x - z = 0 \\ y + 11 = 0 \end{cases} \quad \text{e } s : \begin{cases} 2x - y + 2z = 0 \\ \frac{1}{4}y - z = -2 \end{cases}$$
Infine si determini se i due piani sono paralleli o incidenti.

4. Esiste un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ suriettiva tale che $\mathrm{Ker}(f) = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y + z = 2z = 0\}$?

5. Sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ definito da
$$f(x, y, z) := (2x + 2y, x + z, x + 3y - 2z)$$
   (a) Dire se f é suriettivo. In caso negativo, determinare un vettore v t.c. $f^{-1}(v) = \emptyset$.
   (b) Dire se f é iniettivo. In caso negativo, determinare due vettori a e b in $\mathbb{R}^3$ t.c. $a \neq b$ ma $f(a) = f(b)$.
   (c) Sia $E :=< u; w >$, dove $u = (1; 0; 1)$;$w = (0; 1; 1)$. Dire se il vettore $x = (4; 3; -2) \in f(E)$.

6. Verificare che le seguenti applicazioni sono lineari e determinarne nucleo ed immagine:
   (a) $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita come $(x, y, z) \longrightarrow (2z - x, x + y, x + 2y + 2z)$;
   (b) $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ definita come $(x, y) \longrightarrow (x - 2y, 2x + y, 5y, 3x - y)$;
   (c) $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definita come $(x, y, z) \longrightarrow (x + y - z, x - y + z)$.