Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di GE110

A.A. 2014-2015 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez
Tutori: Federico Campanini e Giulia Salustri

SOLUZIONI TUTORATO 10
5 MAGGIO 2015

1. In A^3:

   - Si scriva l'equazione del piano α passante per i punti $A = (1, 0, 0)$, $B = (2, 1, 1)$ e $D = (0, 1, 1)$;
   - Si scriva l'equazione del piano β contenente le rette
     $r : \begin{cases} 3 - z = 0 \\ y + 11 = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} 2x - y + 2z = 0 \\ \frac{1}{4}y - z = -2 \end{cases}$.
   - Si determini se i due piani sono paralleli o incidenti.

   Soluzione:

   - Troviamo che $\vec{AB} = (1, 1, 1)$ e $\vec{AD} = (-1, 1, 1)$ quindi $giac(\alpha) =< (1, 1, 1), (-1, 1, 1) >$.
     Le equazioni parametriche di α saranno:
     $\begin{cases} x = 1 + t - s \\ y = t + s \\ z = t + s \end{cases}$
     Notiamo che $y = z$, pertanto quest'ultima é proprio l'equazione cartesiana di α.
   - Per trovare la giacitura di r é sufficiente risolvere il sistema omogeneo determinato dalle equazioni cartesiane di r.
     Otteniamo che $giac(r) =< (1, 0, 0) >$. Allo stesso modo si ha che $giac(s) =< (1, 4, 1) >$.
     Il piano β avrá equazioni parametriche
     $\begin{cases} x = 1 + t + s \\ y = 4s \\ z = 1 + t + s \end{cases}$
     e come prima si nota immediatamente che $x = z$ é l'equazione cartesiana di β.
   - I due piani sono incidenti.

2. Determina la mutua posizione delle seguenti coppie di rette in A^3:

   - $r = \{(2 + 3t, 1 + 5t, 3t), t \in \mathbb{R}\}$ e $s : \begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ x + z = 0 \end{cases}$
     Soluzione: Le due rette sono sghembe.

- $r: \begin{cases} 2x+2y=1 \\ x+z=0 \end{cases}$ e $\quad s: \begin{cases} 2x+2y=7 \\ 3x+3z=0 \end{cases}$
Soluzione: Le due rette sono complanari, parallele e distinte.
- $r: \begin{cases} x+y=1 \\ x+z=0 \end{cases}$ e $\quad s: \begin{cases} x+y=1 \\ 7x+3y+4z=0 \end{cases}$
Soluzione: Le due rette sono complanari, parallele e distinte.
- $r: \begin{cases} x+y=0 \\ x=0 \end{cases}$ e $\quad s: \begin{cases} x+y=1 \\ x+z=0 \end{cases}$
Soluzione: Le due rette sono sghembe.

3. Determina la mutua posizione delle seguenti coppie di sottospazi affini

- $\pi : x+3y+z=2$ e $\quad r: \begin{cases} x+z=3 \\ x+2y+z=0 \end{cases}$
Soluzione: La retta ed il piano sono paralleli e distinti.
- $\pi : x+3y+z=2$ e $\quad r=\{(2+3t, 1+5t, 4), t \in \mathbb{R}\}$ **Soluzione:** La retta ed il piano sono incidenti.
- $r=\{(2+3t, 1+5t, t), t \in \mathbb{R}\}$ e $\quad s=\{(5+3h, 6+5h, 1+h), h \in \mathbb{R}\}$
Soluzione: La retta ed il piano sono paralleli e coincidenti.
- $r=\{(2+3t, 1+5t, 3t), t \in \mathbb{R}\}$ e $\quad s=\{(5+h, 2-h, -1+3h), h \in \mathbb{R}\}$
Soluzione: La retta ed il piano sono paralleli e distinti.
- $\pi=\{(2+4h+k, 1+6h+k, 3h), h, k \in \mathbb{R}\}$ e $\quad r=\{(2+3t, 3t, 4), t \in \mathbb{R}\}$
Soluzione: La retta ed il piano sono paralleli e distinti.

4. In A^3 sia fissata la retta $r: \begin{cases} 2x-y+3z+5=0 \\ x+y-5z=0 \end{cases}$.
Determinare la retta s parallela ad r e passante per $Q(1,0,1)$.
Soluzione: $s: \begin{cases} 2x-y+3z+5=0 \\ x+y-5z+4=0 \end{cases}$

5. In A^3 sia fissata la retta $r=\{(2-t, -3+2t, 1+3t(, t \in \mathbb{R}\}$.
Determinare la retta s parallela ad r e passante per $Q(1,0,1)$.
Soluzione: $s: \begin{cases} x=1-t \\ y=2t \\ z=1+3t \end{cases}$