

Tutorato di GE110

A.A. 2014-2015 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez

Tutori: Federico Campanini e Giulia Salustri

TUTORATO 7

14 APRILE 2015

1. Verificare con un esempio che $\text{Det}(A + B) \neq \text{Det}(A) + \text{Det}(B)$.
2. Si dimostri che $\det(M) = \pm 1$, con $M \in O_n(K)$ (gruppo delle matrici ortogonali $n \cdot n$ a valori in K). Si verifichi se $O_n(K)$ è un sottospazio vettoriale di $M_n(K)$.

3. Si calcoli determinante e rango delle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Determinare se le matrici dell'esercizio precedente sono invertibili e in tal caso calcolarne l'inversa.

5. Si trovino i valori del parametro reale c per cui il rango delle seguenti matrici sia massimo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & c & c \\ 1 & 1 & c \\ 2 & c & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & c \\ 1 & c & 2 & 1 \\ c+1 & 0 & c+1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & c & 1 & c \\ c & 2 & c & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} c & 0 & c \\ c-1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ c & 2c & c \end{pmatrix}.$$

6. Discutere la risolubilità dei sistemi lineari $AX = B$ al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, specificando il numero di soluzioni nei vari casi. Nei casi in cui il sistema sia risolubile, calcolarne le soluzioni (se la soluzione è unica utilizzare Cramer).

$$A_1 = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ 3 & 2k & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B_1 = \begin{pmatrix} k^2 - 1 \\ 2k - 2 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} k & -k & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & k & 1 \end{pmatrix}; B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned} A_3 &= \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}; B_3 = \begin{pmatrix} 2k-1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \\ A_4 &= \begin{pmatrix} k & 2 \\ 1 & -k \\ 3 & k-1 \end{pmatrix}; B_4 = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \\ A_5 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ k+1 & 1 & -1 \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix}; B_5 = \begin{pmatrix} -k \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$