

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di GE110

A.A. 2014-2015 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez

Tutori: Federico Campanini e Giulia Salustri

TUTORATO 8

21 APRILE 2015

1. Si determinino esplicitamente, al variare del parametro k , tutte le soluzioni dei seguenti sistemi lineari, utilizzando in caso di soluzione unica il metodo di Cramer:

$$(a) \begin{cases} 2y + kz = 1 \\ kx + 2y = 2 \\ y + kz = 3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} kx + z = k \\ ky + 3z = k \\ 2x + ky + z = k \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 3x + ky + 2z = 1 \\ 5x + ky + kz = 0 \\ x + kz = 1 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x + kz + w = 1 \\ x + 2y + kz + w = 0 \\ z + 2w = 2 \\ x + kw = 0 \end{cases}$$

2. Stabilire, al variare del parametro reale a , quando le seguenti matrici sono invertibili. Se invertibili, trovare l'inversa, altrimenti calcolarne il rango.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & a & 1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & a \\ a & a & 1 \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 0 & a & a \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 & 0 \\ 1 & a & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & a \\ 1 & -1 & -1 & a \end{pmatrix}$$

3. Stabilire se i punti $A, B, C \in \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ sono allineati e, in caso affermativo, trovare le equazioni cartesiane della retta che li contiene. Quando c'è un parametro, discuterlo.

- (a) $A = (1, 0), B = (2, 3), C = (3, 6)$
 (b) $A = (5, 4), B = (4, 6), C = (2, 1)$
 (c) $A = (2, 1), B = (3, k + 1), C = (2 + k, 2)$
4. Si scrivano l'equazione del piano E soddisfacente alle seguenti proprietà:
 (a) passante per $A(1, 1, 0)$ e parallelo ai vettori $u = (1, 0, 1)$ e $v = (0, 2, 3)$.
 (b) passante per $B(0, 1, 1)$ e $C(3, 2, 1)$ e parallelo a $w = (0, 0, 5)$.
5. Dati i seguenti sottospazi affini si trovi una base della loro giacitura:
 (a) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 | x_1 + x_3 - x_4 = e\}$;
 (b) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | -x + z - 5y = 3\} \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - y = 5\}$;
 (c) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = -1 \wedge x = 2\}$.
6. Si trovi per ogni coppia di punti $A, B, C \in \mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ la retta passante per essi, e si trovi poi il piano in cui sono contenuti. Quando c'è il parametro, discuterlo.
- $A = (1, 1, 0) \quad B = (1, 0, 1) \quad C = (1, 0, 0)$.
 - $A = (0, 0, 0) \quad B = (1, 2k, k) \quad C = (k, k, 2)$.
 - $A = (1, k, k) \quad B = (2, 2k, 2) \quad C = (k, 1, 1)$.