

**Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2015/2016**  
**GE110 - Geometria 1 - Tutorato X**

DOCENTE: ANGELO FELICE LOPEZ  
TUTORE: A.MAZZOCOLI, K.CHRIST

1. Si scrivano le equazioni del piano  $\Pi$  soddisfacente le seguenti proprietà:

- passante per il punto  $A = (2, 2, 0)$  e parallelo ai vettori  $v = (6, 1, 6)$  e  $w = (1, 2, 3)$
- passante per i punti  $B = (0, 0, 1)$  e  $C = (2, 3, 1)$  e parallelo a  $v = (2, 1, 2)$

2. Rappresentare con equazioni parametriche e cartesiane le seguenti rette:

- passante per il punto  $A = (1, 2, 1)$  e parallela alla retta  $s : \begin{cases} x - 1 = 0 \\ 2y + z = -2 \end{cases}$
- passante per il punto  $B = (1, 2, 1)$  e parallela ai piani  $\Pi_1 : 2x + 2y = 2$  e  $\Pi_2 : 2y - 3 = 0$

3. In  $\mathcal{A}^3(\mathbb{R})$  si scriva l'equazione del piano  $\Gamma$  passante per i punti  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (2, 1, 1)$  e  $C = (0, 1, 1)$  e l'equazione del piano  $\Delta$  contenente le rette

$$r : \begin{cases} x - z = 0 \\ y + 11 = 0 \end{cases} \quad \text{e } s : \begin{cases} 2x - y + 2z = 0 \\ y - 4z + 8 = 0 \end{cases}$$

4. Si consideri lo spazio affine  $\mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ .

Siano  $r$  e  $s$  le rette di equazione cartesiana  $r : \begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 2x + 3y + 1 = 0 \end{cases}$

- Dopo aver determinato le equazioni parametriche di entrambe, dire se sono parallele, incidenti o sghembe.

- Determinare le equazioni della retta  $t$  complanare con  $r$  e  $s$  e passante per  $P = (1, 0, 1)$

- Determinare le equazioni della retta  $q$  passante per il punto  $Q = (1, 0, 0)$  e parallela al vettore  $v = (2, -2, 8)$

- Dire se  $t$  e  $q$  sono parallele, incidenti o sghembe.

5. Sia  $k \in \mathbb{R}$ . Nello spazio affine  $\mathcal{A}^3(\mathbb{R})$  siano  $s$  e  $r_k$  le due rette con le seguenti equazioni :

$$s : \begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + y - 3z = 0 \end{cases}, \quad r_k : \begin{cases} x = u - 1 \\ y = k \\ z = 2u \end{cases} \quad u \in \mathbb{R}$$

- Determinare se esiste un  $k$  tale che  $s$  e  $r_k$  siano parallele.

- Determinare per quali  $k$  si ha che  $s$  e  $r_k$  siano incidenti.

- Sia  $k$  tale che  $s$  e  $r_k$  siano incidenti. Scrivere le equazioni di tutte le rette  $t$  in  $\mathcal{A}^3(\mathbb{R})$  tali che  $t$  e  $s$  siano complanari,  $t$  e  $r_k$  siano complanari, ma  $t$ ,  $s$  ed  $r_k$  non siano contenute nello stesso piano.

6. Verificare se le seguenti applicazioni siano lineari e si determinino nucleo e immagine:

- $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 (x, y, z) \rightarrow (2z - x, x + y, x + 2y + 2z)$

- $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4 (x, y) \rightarrow (x - 2y, 2x + y, 5y, 3x - y)$

- $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 (x, y, z) \rightarrow (x + y - z, x - y + z)$