

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2015/2016
GE110 - Geometria 1 - Tutorato X

DOCENTE: ANGELO FELICE LOPEZ
TUTORE: A.MAZZOCOLI, K.CHRIST

1. Si scrivano le equazioni del piano Π soddisfacente le seguenti proprietà:

- passante per il punto $A = (2, 2, 0)$ e parallelo ai vettori $v = (6, 1, 6)$ e $w = (1, 2, 3)$
- passante per i punti $B = (0, 0, 1)$ e $C = (2, 3, 1)$ e parallelo a $v = (2, 1, 2)$

2. Rappresentare con equazioni parametriche e cartesiane le seguenti rette:

- passante per il punto $A = (1, 2, 1)$ e parallela alla retta $s : \begin{cases} x - 1 = 0 \\ 2y + z = -2 \end{cases}$
- passante per il punto $B = (1, 2, 1)$ e parallela ai piani $\Pi_1 : 2x + 2y = 2$ e $\Pi_2 : 2y - 3 = 0$

3. In $\mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ si scriva l'equazione del piano Γ passante per i punti $A = (1, 0, 0)$, $B = (2, 1, 1)$ e $C = (0, 1, 1)$ e l'equazione del piano Δ contenente le rette

$$r : \begin{cases} x - z = 0 \\ y + 11 = 0 \end{cases} \quad \text{e } s : \begin{cases} 2x - y + 2z = 0 \\ y - 4z + 8 = 0 \end{cases}$$

4. Si consideri lo spazio affine $\mathcal{A}^3(\mathbb{R})$.

Siano r e s le rette di equazione cartesiana $r : \begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 2x + 3y + 1 = 0 \end{cases}$

- Dopo aver determinato le equazioni parametriche di entrambe, dire se sono parallele, incidenti o sghembe.
- Determinare le equazioni della retta t complanare con r e s e passante per $P = (1, 0, 1)$
- Determinare le equazioni della retta q passante per il punto $Q = (1, 0, 0)$ e parallela al vettore $v = (2, -2, 8)$
- Dire se t e q sono parallele, incidenti o sghembe.

5. Sia $k \in \mathbb{R}$. Nello spazio affine $\mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ siano s e r_k le due rette con le seguenti equazioni :

$$s : \begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + y - 3z = 0 \end{cases}, \quad r_k : \begin{cases} x = u - 1 \\ y = k \\ z = 2u \end{cases} \quad u \in \mathbb{R}$$

- Determinare se esiste un k tale che s e r_k siano parallele.
- Determinare per quali k si ha che s e r_k siano incidenti.
- Sia k tale che s e r_k siano incidenti. Scrivere le equazioni di tutte le rette t in $\mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ tali che t e s siano complanari, t e r_k siano complanari, ma t , s ed r_k non siano contenute nello stesso piano.

6. Verificare se le seguenti applicazioni siano lineari e si determinino nucleo e immagine:

- $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ $(x, y, z) \rightarrow (2z - x, x + y, x + 2y + 2z)$

- $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ $(x, y) \rightarrow (x - 2y, 2x + y, 5y, 3x - y)$

- $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ $(x, y, z) \rightarrow (x + y - z, x - y + z)$