

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2015/2016
GE110 - Geometria 1 - Tutorato XI

DOCENTE: ANGELO FELICE LOPEZ
TUTORE: A.MAZZOCOLI, K.CHRIST

1. Sia f l'operatore di \mathbb{R}^4 la cui matrice rispetto alla base canonica è:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcolare la dimensione del $\text{Ker}(f)$ e la dimensione dell' $\text{Im}(f)$.

2. Sia $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita come:

$$F(x, y) = (x - y, 2x - \frac{1}{3}y, 2x + y)$$

Sia inoltre $G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita come:

$$G(x, y, z) = (-x + z, \frac{x}{2} + y - 3z)$$

Le applicazioni F e G sono iniettive e/o suriettive?

3. Sia $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita sulla base canonica di \mathbb{R}^2 nel seguente modo:

$$T(e_1) = (1, 2, 1), T(e_2) = (4, 0, 1).$$

- Esplicitare $T(x, y)$
- Stabilire se $(0, 0, 0)$, $(3, 4, 1)$, $(3, -2, 0)$ appartengono ad $\text{Im}(T)$

4. Sia T l'endomorfismo di \mathbb{R}^3 definito da $T(x, y, z) = (2x + z, -2x + y + z, y + 2z)$

- Determinare una base del $\text{Ker}(T)$ e $\text{Im}(T)$ e la loro dimensione, dedurre se l'applicazione è iniettiva e/o suriettiva
- Determinare al variare di $k \in \mathbb{R}$ tutti i vettori v tali che $T(v) = (3, 3, k)$

5. Siano $v = \{(1, 1, -1), (1, -1, -1), (-1, -1, -1)\}$ e

$w = \{(1, 0, 1, -1), (-1, 1, 1, 0), (0, 0, 1, -1), (1, 0, -1, -1)\}$ due basi di \mathbb{R}^3 e \mathbb{R}^4 rispettivamente e siano F, G, H, I le seguenti applicazioni lineari:

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad F(x, y, z) = (x + z, x + 2y, 2x + 3y + z)$$

$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4 \quad G(x, y, z) = (x + z, x + y + z, x - y + 2z, 2x + y + 2z)$$

$$H : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad H(x, y, z, t) = (x + 2z + t, x - y - z + t, y - t)$$

$$I : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4 \quad I(x, y, z, t) = (x + z + t, 2x + y + t, x - y - 2z + t, y - z + t)$$

Determinare le matrici $M_v(F), M_{w,v}(G), M_{v,w}(H), M_w(I)$ associate a tali applicazioni.