

**Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2015/2016**  
**GE110 - Geometria 1 - Tutorato XII**

DOCENTE: ANGELO FELICE LOPEZ  
TUTORE: A.MAZZOCOLI, K.CHRIST

1. Siano  $A$  e  $B$  due matrici simili, si dimostri che:

- $P_A(\lambda) = P_B(\lambda)$
- $\text{tr}(A) = \text{tr}(B)$
- $A^n$  e  $B^n$  sono simili

2. Trovare gli autovalori e gli autovettori delle seguenti matrici :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Quali sono diagonalizzabili?

3. Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$  associato alla matrice  $M(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

- Determinare gli autovalori di  $f$  e le relative molteplicità.
- Determinare gli autospazi di  $f$  e trovare, se esiste, una base  $B$  di  $\mathbb{R}^3$  formata da autovettori di  $f$ .
- Calcolare una matrice  $P$  invertibile tale che  $P^{-1}M(f)P$  sia diagonale

4. Si consideri la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

- Dire se è invertibile e in caso affermativo determinare  $A^{-1}$ .
- Calcolare gli autovalori e gli autovettori di  $A$ .
- Determinare  $P$  tale che  $P^{-1}AP = D$  dove  $D$  è diagonale.

5. Siano  $k \in \mathbb{R}^4$   $v_1 = (1, -1, 0, 0), v_2 = (1, 1, 1, 1) \in \mathbb{R}^4$  e sia  $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  un'applicazione lineare tale che  $v_1 \in N(F)$ ,  $v_2 \in N(F)$ ,  $F(E_2) = E_2 + kE_4$ ,  $F(E_4) = E_2 + v_1$  dove  $\{E_1, E_2, E_3, E_4\}$  è la base canonica di  $\mathbb{R}^4$

- Determinare il polinomio caratteristico e gli autovalori di  $F$
- Trovare la dimensione degli autospazi di  $F$
- Determinare i valori di  $k$  per i quali  $F$  è diagonalizzabile