Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2015/2016

GE110 - Geometria 1 - Tutorato III

DOCENTE: ANGELO FELICE LOPEZ

TUTORE: A.MAZZOCCOLI, K.CHRIST

1. Stabilire quali dei seguenti vettori sono linearmente indipendenti ,quali sono un sistema di generatori dello spazio e quali sono una base:
   In $\mathbb{R}^2$:
   • { $(2, \frac{-1}{3}), (-1, \frac{1}{6})$ }   • { (1,2),(11,$-7\sqrt{2}$), (-1,-1) }
   In $\mathbb{R}^3$:
   • { (1,1,3), (2,2,0) , (3,3,-3) }   • { (1,0,0),(1,1,1), (0,1,2),(-1,-2,-3) }
   In $\mathbb{C}^4$:
   • { (1,0,i,0), (i,0,i,0), (0,1,1,0), (0,i,0,i) }

2. Dati i seguenti vettori:
   $a = (1,3,2); b = (-2, k-6, k+4); c = (-1, k-3, k^2+k+1); d = (0, -2, k-1)$
   determinare i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$: $\{a, b, c\}$ sono linearmente indipendenti.
   Posto $k = 2$ determinare le componenti del vettore d rispetto alla base $\{a, b, c\}$

3. Vedere quali dei seguenti sottinsiemi di $\mathbb{R}^3$ sono sottospazi vettoriali:
   • { (0,0,0) }
   • $\{ (t,t,t) : 0 < t < 1 \}$
   • $H_1 \cup H_2 \cup H_3 : H_i = \{ (x_1, x_2, x_3) : x_i = 0 \}$
   • $\{ (x, y, z) : x + y - 5z = 0 , 2(x + y) = 0 \}$

4. Dimostrare che :
   $\mathbb{R}^4 = U \oplus W$ con $U =< (1, 0, \sqrt{5}, 0), (\sqrt{5}, 0, -1, 0) >$ e $W =< (0, -2, 0, 3), (0, 1, 0, 1) >$

5. Sia W_1 il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato da $a = (1, 1, -1), b = (2, -1, 1)$ e sia W_2 il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato da $c = (1, 2, -2), d = (-1, -1, 2)$.
   Trovare $W_1 \cap W_2$ e una sua base.

6. Dimostrare che $GL_n(K)$ non è un sottospazio vettoriale di $M_n(K)$.

7. Sia V uno spazio vettoriale reale di dimensione 3, e sia $\{i, j, k\}$ una base di V. Siano $U =< i + j, i - j >$, $W =< j + k, j - k >$.
   Dimostrare che $V = U + W$, e che la somma non è diretta