Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2015/2016

GE110 - Geometria 1 - Tutorato IV

DOCENTE: ANGELO FELICE LOPEZ

TUTORE: A.MAZZOCCOLI, K.CHRIST

1. Siano U e V due sottospazi di $\mathbb{R}^3$ di dimensione 2
   • Provare che $U \cap V \neq < 0 >$
   • Determinare tutte le possibili dimesioni di $U \cap V$ e costruire un esempio per ciascuna di esse

2. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 6 & -9 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$
   • Provare che i sottinsiemi $B := \{X \in M_2(\mathbb{R}) : AX = XA\}$ e $C := \{X \in M_2(\mathbb{R}) : AX = -XA\}$ sono sottospazi vettoriali e trovare una base per ciascuno di essi.
   • Trovare una base per $B + C$
   • Data la matrice $D := \begin{pmatrix} 0 & h-2 \\ 0 & h-2 \end{pmatrix}$ stabilire per quali $h \in \mathbb{R}$ la matrice D appartiene al sottospazio vettoriale $B + C$

3. Dire quali tra i seguenti insiemi di vettori è una base di $\mathbb{R}^4$, completare ad una base quegli insiemi che non risultano essere una base di $\mathbb{R}^4$
   • { (1, 0, 8 , 9), (2 , 3 ,4 , 0) , (2, 0 , 1 , 2) , (1, 7, 5 ,9)}
   • { (1, 0, 0, 1), (2,3,3,2),(0,-1,-1,0)}
   • { (h,0,1,0),(1,3,2,0),(1,0,h,0),(1,3h,2h,0)}   h $\in \mathbb{R}$

4. Siano $V_1 =< (1,0,1,0),(2,0,1,0) >$, $V_2 =< (3,0,2,0),(1,3,3,2) >$. Trovare una base di $V_1 \cap V_2$. Calcolare quindi $\dim(V_1 + V_2)$

5. Si consideri $M_2(\mathbb{R})$ e $V = \{A \in M_2(\mathbb{R}) : (1,2)A = (0,0)\}$,
   • verificare che V è sottospazio
   • determinare una base di V

6. Sia V uno spazio vettoriale reale di dimensione 4 e sia $B = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ una sua base. Determinare la dimensione e una base del sottospazio W di V generato dai vettori $v_1 = u_4 - u_3 + u_1$, $v_2 = 2u_2 + u_3 - u_4$, $v_3 = 2u_2 + 2u_1 + u_4 - u_3$; completare poi ad una base di V.