Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2015/2016

GE110 - Geometria 1 - Tutorato V

Docente: Angelo Felice Lopez
Tutore: A.Mazzoccoli, K.Christ

1. Calcolare il rango delle seguenti matrici (al variare del parametro dove presente):

• $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 2 & 0 \\ \frac{-1}{2} & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ • $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ • $C = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ k & 4 & 0 \\ 1 & 1 & k-1 \end{pmatrix}$

• $D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -3 & 1 & -2 \\ -3 & 3 & 1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$ • $E = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ • $F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & k \end{pmatrix}$

2. Siano A e B due matrici quadrate di ordine n a coefficienti reali.
Si stabilisca quali delle seguenti affermazioni sono vere , quindi dimostrarle, e in caso contrario trovare un controesempio
• $r(A+B) \leq min(r(A), r(B))$
• $r(A) = r = r(B) \Rightarrow r(AB) = r \quad (r < n)$
• $r(A) < n, r(B) < n \Rightarrow r(AB) \leq n$
• $r(A) = n = r(B) \Rightarrow r(AB) = n$

3. Dire, attraverso il calcolo del rango, se i seguenti sistemi sono risolubili oppure no

• $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 6x - 2y + 6z = 2 \\ 7x + 7z = 3 \end{cases}$ • $\begin{cases} 2x + ky + 2z = 0 \\ kx + ky + 2kz = 0 \\ kx = 0 \end{cases} \qquad k \in \mathbb{R}$

4. Dire se la seguente matrice è invertibile al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ ed in caso trovare l'inversa
$A = \begin{pmatrix} k & k & k^2 \\ 1 & 1 & k \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

5. Sia $k \in \mathbb{R}$ e si consideri $A = \begin{pmatrix} 8 & k & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ k & 1 & 0 \end{pmatrix}$

• Si determinino i valori di k per i quali è,o non, invertibile e in tal caso si calcoli l'inversa con operazioni elementari.
• Sia $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ si determinino per quali valori di k esiste $B \in M_3(\mathbb{R})$ tale che $BA = C$ senza ridurre il problema alla soluzione di un sistema lineare negli elementi di B