Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2015/2016

GE110 - Geometria 1 - Tutorato VI

DOCENTE: ANGELO FELICE LOPEZ

TUTORE: A.MAZZOCCOLI, K.CHRIST

1. Per $h, k \in \mathbb{R}$ si determinino per quali h e k il sistema è,o no,compatibile e in tale caso si calcolino le soluzioni $\begin{cases} kX + hY + T = -1, \\ X + kZ + T = 2, \\ -X + 2Z - T = -2 \\ X + kY + hZ = 1 \end{cases}$

2. In $M_3(\mathbb{R})$ si considerino le seguenti matrici con $k, h \in \mathbb{R}$
$A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} k & h & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
   • Si determini per quali k attraverso operazioni elementari è possibile trasformare A in B e, per tali valori, si espliciti la sequenza di tali valori.
   •Per quali k C si può esprimere come prodotto di matrici elementari? Si espliciti tale prodotto.
   • Per quali h e k D è invertibile? Per tali valori si calcoli l'inversa

3. Sia $a \in \mathbb{R}$ e sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & a \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ a & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
   • Si determini per quali a, A è ,o no, prodotto di matrici elementari e in tale caso esprimere A come tale prodotto
   • Determinare per quali a è possibile trasformare A^t in I_4 con sole operazioni elementari

4. Sia $h \in \mathbb{R}$ $V = \mathbb{R}^3$ come spazio vettoriale su $\mathbb{R}$. Siano $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (1, h, 0)$, $v_3 = (h, 0, 1)$, $v_4 = (1, h, h)$; $U =< v_1, v_2 >$ e $W = U\cap < v_3, v_4 >$
   • Calcolare la dimensione di U e di W usando esclusivamente operazioni elementari sui vettori.
   • Calcolare la dimensione di $U \cap W$ e di $U + W$, usando esclusivamente operazioni elementari sui vettori
   • Determinare se esiste $h \in \mathbb{R}$: $U \oplus W = V$

5. Verificare attraverso un esempio che:
   Det$(A + B) \neq$ Det(A)+ Det(B)