Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2015/2016

GE110 - Geometria 1 - Tutorato VIII

DOCENTE: ANGELO FELICE LOPEZ

TUTORE: A.MAZZOCCOLI, K.CHRIST

1. Discutere la risolubilità dei sistemi lineari $AX = B$ al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, specificando il numero di soluzioni nei vari casi.
   Nei caso in cui è risolubile il sistema, calcolarne la soluzione (se la soluzione risulta unica calcolarla col metodo di Cramer):
   - $A = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ 3 & 2k & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} k^2-1 \\ 2k-2 \\ 0 \end{pmatrix}$
   - $A = \begin{pmatrix} k & -k & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & k & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
   - $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2k-1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. Sia V un $\mathbb{R}$ spazio vettoriale, $\delta : V\text{x}V \to V$ che associa $(P, Q) \to Q - P$. Dimostrare che V è uno spazio affine su se stesso.

3. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$ Si trovi un'applicazione $\delta : A\text{x}A \to \mathbb{R}$ che renda A uno spazio affine su $\mathbb{R}$.
   Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione. Come nel punto precedente mostrare che essite un'applicazione che rende l'insieme $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = f(x)\}$ uno spazio affine su $\mathbb{R}$.

4. Sia $V = \mathbb{R}$, $A = \mathbb{R}$ e $\delta : \mathbb{R}\text{x}\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ che associa $(P, Q) \to P \cdot Q$.
   A risulta essere uno spazio affine?

5. Sia $V = M_2(\mathbb{R})$ e $A = V$ affine su se stesso.
   Sia $O = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ come origine e siano $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $B_3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B_4 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ una base.
   Calcolare le coordinate della matrice $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ nel riferimento affine $\{0, B_1, B_2, B_3, B_4\}$.

6. Sia $V = A = \{P(X) : deg(P(X)) < 4\}$ spazio dei polinomi di grado minore di 4 in X. Si consideri come origine $O = X - X^2$ e una base dello spazio affine $\{1, 2X, 3X^2, 4X^3\}$.
   Calcolare le coordinate affini del polinomio $1-X$ nel riferimento affine $\{O, 1, 2X, 3X^2, 4X^3\}$