GE110 - Geometria 1: Tutorato 5

Docente: Angelo Felice Lopez Tutori: Gaudenzio Falcone, Lucia Carsetti Università degli Studi Roma Tre - Dipartimento di Matematica

4 Aprile 2017

Esercizio .1 Calcolare il rango delle seguenti matrici al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ k & 0 & 4 \\ 1 & 1 & k - 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -3 & 1 & -2 \\ -3 & 3 & 1 & 4 & -3 \end{pmatrix} \qquad E = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & k \end{pmatrix}$$

Esercizio .2 Siano A e B due matrici quadrate reali di ordine n. Si dimostrino o si confutino le seguenti affermazioni:

(a)
$$rg(A+B) \leq min(rg(A), rg(B))$$

(b) se
$$rg(A) = rg(B) = r \Rightarrow rg(AB) = r \quad con \ r \le (n)$$

Esercizio .3 Dire, attraverso il calcolo del rango, se i sequenti sistemi ammettono soluzioni:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 6x - 2y + 6z = 2 \\ 7x + 7z = 3 \end{cases} \begin{cases} 2x + ky + 2z = 0 \\ kx + ky + 2kz = 0 \\ kx = 0 \end{cases} \begin{cases} x + z = 1 \\ x + 2y + z = 0 \\ x + z = 3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x - 2y = k \\ 3x + ky + z = 0 \\ 2kx - ky + z = k \end{cases} \begin{cases} x + z = -2 \\ 2x + y + t = -1 \\ -y - 2z - 2t = 2 \\ 3x - 3y + z + t = 1 \end{cases}$$

Esercizio .4 Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$. Sapendo che $rg(A^2) = 2$, qual è il valore massimo e minimo che può assumere rg(A)?

Esercizio .5 Sia
$$k \in \mathbb{R}$$
 e si consideri $A = \begin{pmatrix} 8 & k & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ k & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- Si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice A è invertibile, e per tali valori si calcoli l'inversa con operazioni elementari
- Sia $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $\exists B \in M_3(\mathbb{R})$ tale che BA = C.