

GE110 - Geometria 1: Tutorato 6

Docente: Angelo Felice Lopez

Tutori: Gaudenzio Falcone, Lucia Carsetti

Università degli Studi Roma Tre - Dipartimento di Matematica

27 Aprile 2017

Esercizio .1 Calcolare il determinante delle seguenti matrici (al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ quando presente):

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

- $B = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

- $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

- $D = \begin{pmatrix} 6 & k & 1 \\ 1 & 2 & k-1 \\ k & 0 & 2 \end{pmatrix}$

- A^t

- $A \cdot B$

Esercizio .2 Calcolare, utilizzando la matrice dei cofattori, l'inversa delle seguenti matrici:

- $A = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

- $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 6 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

- $C = \begin{pmatrix} 0 & k-1 & 0 \\ -1 & 0 & k-1 \\ k & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad k \in \mathbb{R}$

Esercizio .3 Calcolare la soluzione dei seguenti sistemi, utilizzando il metodo di Cramer:

- $\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ x + 4y + 2z = 2 \\ 3x - y - z = 3 \end{cases}$

- $\begin{cases} 2x + ky + 2z = 0 \\ kx + ky + 2kz = 0 \\ kx = 0 \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$

$$\bullet \begin{cases} x + 3y + 2z - t = 1 \\ 6x + 2y + 2t = 2 \\ 6z + t = 0 \\ 2x + 2z + t = 3 \end{cases}$$

Esercizio .4 Siano $A, B, C \in M_n(\mathbb{R})$ e siano $M, N \in M_{2n}(\mathbb{R})$ le seguenti matrici:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} A & 0 \\ B & C \end{pmatrix}$$

Dimostrare che $\det(M) = \det(A)\det(C) = \det(N)$.

Esercizio .5 Sia V un $\mathbb{R}$ -spazio vettoriale e sia l'applicazione

$$\delta : V \times V \rightarrow V$$

$$(P, Q) \mapsto P - Q$$

Dimostrare che V è uno spazio affine su sè stesso. Se invece fosse $V = \mathbb{R}$ e

$$(P, Q) \mapsto P \cdot Q$$

, V risulterebbe essere uno spazio affine su sè stesso?

Esercizio .6 Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$. Si trovi un'applicazione

$$\delta : A \times A \rightarrow A$$

che renda A uno spazio affine su $\mathbb{R}$.

Esercizio .7 Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione e sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = f(x)\}$. Esiste una funzione, come nell'esercizio precedente, che rende A uno spazio affine su $\mathbb{R}$?