GE110 - Geometria 1: Tutorato 8

Docente: Angelo Felice Lopez
Tutori: Gaudenzio Falcone, Lucia Carsetti
Università degli Studi Roma Tre - Dipartimento di Matematica

9 Maggio 2017

Esercizio 1 *Si consideri lo spazio affine reale* $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$

(a) *Sia* r *la retta di equazioni cartesiane* $r : \begin{cases} x + 2z + 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$
Determinare le equazioni parametriche di r.

(b) *Sia* s *la retta di equazioni cartesiane* $s : \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 2x + 3y + 1 = 0 \end{cases}$
Dire se r *ed* s *sono parallele, sghembe o incidenti. Nel caso siano incidenti trovare il punto di intersezione.*

(c) *Determinare le equazioni parametriche e cartesiane della retta* t *complanare con le rette* r *ed* s *e passante per il punto* $P(1, 0, 1)$.

(d) *Determinare le equazioni cartesiane e parametriche della retta* q *passante per il punto* $Q(1, 0, 0)$ *e parallela al vettore* $v = (1, -1, 4)$.

(e) *Dire se* t *e* q *sono parallele, sghembe o incidenti ed eventualmente trovare il punto di intersezione.*

Esercizio 2 *Rappresentare con equazioni parametriche e cartesiane le seguenti rette:*

- *passante per* $A(1, 2, 1)$ *e parallela alla retta* $s : x - 1 = 2y + 3 = 1 - z$;
- *passante per* $B(1, 2, 1)$ *e parallela ai piani* $E : x + y - 1 = 0$ *e* $F : 2y + 3 = 0$.

Esercizio 3 *Determinare la mutua posizione delle seguenti coppie di sottospazi affini:*

- $\pi : x + 3y + z = 2 \quad r : \begin{cases} x + z = 3 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$
- $\pi : x + 3y + z = 2 \quad r : \{(2 + 3t, 1 + 5t, 4), t \in \mathbb{R}\}$
- $r : \{(2 + 3t, 1 + 5t, t), t \in \mathbb{R}\} \quad r : \{(5 + 3h, 6 + 5h, 1 + h), h \in \mathbb{R}\}$
- $r : \{(2 + 3t, 1 + 5t, 3t), t \in \mathbb{R}\} \quad r : \{(5 + h, 2 - h, -1 + 3h), h \in \mathbb{R}\}$
- $\pi : \{(2 + 4h + k, 1 + 6h + k, 3h), h, k \in \mathbb{R}\} \quad r : \{(2 + 3t, 3t, 4), t \in \mathbb{R}\}$

Esercizio 4 *In* $\mathbb{A}^3$ *sia fissata la retta* $r : \begin{cases} 2x - y + 3z + 5 = 0 \\ x + y - 5z = 0 \end{cases}$
Determinare la retta s *parallela ad* r *e passante per* $Q(1, 0, 1)$.

Esercizio 5 *Esiste un' applicazione lineare* $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ *suriettiva tale che* $ker(f) = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y + z = 2z = 0\}$*?*

Esercizio 6 *Sia* f *l'endomorfismo di* $\mathbb{R}^3$ *definito da* $f(x, y, z) := (2x + 2y, x + z, x + 3y - 2z)$.

- *Dire se* f *Ã¨ suriettivo. In caso negativo, determinare un vettore* v *t.c.* $f^{-1}(v) = \emptyset$.
- *Dire se* f *Ã¨ iniettivo. In caso negativo, determinare due vettore* $a, b \in \mathbb{R}^3$, $a \neq b$, *ma con* $f(a) = f(b)$.
- *Sia* $U =< u, w >$ *dove* $u = (1, 0, 1)$ *e* $w = (0, 1, 1)$. *Dire se il vettore* $x = (4, 3, -2) \in f(E)$.

Esercizio 7 *Verificare che le seguenti applicazioni sono lineari e determinarne nucleo e immagine:*

(a) $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ *definita come* $(x, y, z) \longrightarrow (2z - x, x + y, x + 2y + 2z)$;

(b) $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ *definita come* $(x, y) \longrightarrow (x - 2y, 2x + y, 5y, 3x - y)$;

(c) $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ *definita come* $(x, y, z) \longrightarrow (x + y - z, x - y + z)$;