Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

TUTORATO DI GE110

Anno Accademico 2017/2018

Docente: Angelo Felice Lopez

Tutori: Alessio Rampogna e Gaudenzio Falcone

Tutorato 8

03 Maggio 2018

SOLUZIONI

Nel seguito per comodità le equazioni parametriche sono scritte in forma più compatta. Ad esempio per la retta r in $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ scriviamo $r : (a, b) + t(\lambda, \mu)$ in luogo di $x = a + \lambda t$ e $y = b + \mu t$.

1. Nel primo caso i tre punti sono allineati e la retta che li contiene è $r : (1, 0) + t(1, 2)$. Nel secondo caso i punti non sono allineati (infatti la dimensione dello spazio generato da $\vec{AB}$ e $\vec{AC}$ è 2).

   Per il punto (3) distinguiamo due casi: se $k \neq \pm 1$ allora i punti non sono allineati. Se $k = 1$ i punti sono allineati e la retta che li contiene è $r : (2, 1) + t(0, 2)$; mentre se $k = -1$ i punti sono ancora allineati e la retta è $s : (2, 1) + t(2, -2)$.

2. (1): le rette non sono parallele. Si intersecano nel punto $(-1, 1)$. Nel caso (2) le rette sono parallele e distinte. Nel caso (3) le rette sono parallele e coincidenti (infatti dopo aver verificato che le giaciture sono uguali basta notare che per $t = \frac{-2}{3}$ si ottiene lo stesso punto).

3. (1): $t : (\frac{21}{13}, \frac{-14}{13}) + t(2, 4)$. Nel caso (2): $q : (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) + t(-5\sqrt{2}, 7)$.

4. (1): $2x + 3y - 2z = 5$

   (2): $x - 3y = -3$

   (3): $x + z + 1 = 0$.

5. (1): La giacitura del piano, chiamiamolo π, è data dai vettori $\vec{AB} = (1, 1, 1)$ e $\vec{AC} = (1, 0, -1)$. Dopo aver scritto le equazioni parametriche si passa a quelle cartesiane ottenendo: $\pi : y - z = 0$.

   (2): Risolvendo i sistemi si ottiene che $giac(r) = (0, 1, 0)$ e $giac(s) = (1, 4, 1)$. Passando dalle equazioni parametriche alle cartesiane si ottiene: $\pi : x - z = 0$.

6. (1): La forma cartesiana di S sarà composta da due equazioni (infatti S ha dimensione due e siamo in uno spazio di dimensione 4). In particolare risulta:

$$\begin{cases} -12x_3 + x_4 + 1 = 0 \\ -x_1 + 6x_4 + 6 = 0 \end{cases}$$

(2): La giacitura di S è $\langle (6,2,2,1),(0,1,0,0) \rangle$ e quella di T è $\langle (0,2,2,0),(2,2,0,2) \rangle$. Si ha che S e T non sono paralleli in quanto nessuna delle seguenti condizioni è verificata: $giac(T) \subseteq giac(S)$ oppure che $giac(S) \subseteq giac(T)$.