

# GE110 - Geometria 1: Soluzioni Tutorato 9

Docente: Angelo Felice Lopez  
Tutori: Gaudenzio Falcone, Alessio Rampogna  
Università degli Studi Roma Tre - Dipartimento di Matematica

10 Maggio 2018

**Esercizio 1** (a) Le equazioni parametriche di  $r$  sono date da  $r : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$

(b) Consideriamo la matrice  $A$  le cui righe sono i coefficienti dei piani che individuano le due rette. Allora le due rette sono complanari  $\Leftrightarrow \det(A) = 0$ . In questo caso essendo  $\det(A) = -4$  si ha che le rette  $r$  ed  $s$  sono sghembe.

(c) Innanzitutto notiamo che esistono due unici piani  $\pi$  e  $\pi'$  che contengono rispettivamente  $r$  ed  $s$  e passano per il punto assegnato. Inoltre  $\pi \neq \pi'$  altrimenti le due rette sarebbero complanari. Quindi  $\pi \cap \pi' = t$  è la retta cercata. Per trovare le equazioni dei due piani si scrivono i due fasci di piani di assi rispettivamente  $r$  ed  $s$  e poi si impone il passaggio per  $P$ . In questo modo si trovano delle relazioni su  $\lambda$  e  $\mu$  e fissando uno dei due parametri si trovano i piani cercati. In particolare  $t : \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x + 6y - 1 = 0 \end{cases}$ .

(d) Le equazioni parametriche di  $q$  sono date da  $q : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 4t \end{cases}$  pertanto per trovare le equazioni cartesiane basta annullare due qualsiasi minori  $2 \times 2$  della matrice  $\begin{pmatrix} x-1 & y & z \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

Ad esempio  $q : \begin{cases} -x - y + 1 = 0 \\ 4y + z = 0 \end{cases}$ .

(e) Si scrive la matrice  $B$  che ha per righe i coefficienti dei piani che individuano  $t$  e  $q$ . Calcolando il determinante si ha che  $\det(B) = 0$  quindi le due rette sono complanari e in particolare incidenti poichè  $\text{rg}(B) = 3$  con punto di intersezione  $(1, 0, 0)$ .

**Esercizio 2** • Equazioni parametriche:  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$  Equazioni cartesiane:  $\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ 2y + z - 5 = 0 \end{cases}$

• Equazioni parametriche:  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + t \end{cases}$  Equazioni cartesiane:  $\begin{cases} x - 1 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases}$

**Esercizio 3** (a) La retta e il piano sono incidenti

(b) La retta e il piano sono paralleli e coincidenti

(e) *La retta e il piano sono paralleli e distinti*

**Esercizio 4** *La retta cercata ha equazioni* 
$$\begin{cases} 2x - y + 3z + 5 = 0 \\ x + y - 5z = 0 \end{cases} .$$

**Esercizio 5** *Si procede sempre allo stesso modo scrivendo la matrice le cui righe sono i coefficienti dei piani che individuano le due rette e se ne valuta il rango.*