

GE110 - Geometria 1: Tutorato 6

Docente: Angelo Felice Lopez
Tutori: Gaudenzio Falcone, Alessio Rampogna
Università degli Studi Roma Tre - Dipartimento di Matematica

19 Aprile 2018

Esercizio 1 Calcolare il determinante delle seguenti matrici (al variare di $k \in \mathbb{R}$ quando il parametro è presente):

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

- $B = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

- $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

- $D = \begin{pmatrix} 6 & k & 1 \\ 1 & 2 & k-1 \\ k & 0 & 2 \end{pmatrix}$

- A^t

- $A \cdot B$

Esercizio 2 Calcolare usando la matrice dei cofattori l'inversa delle seguenti matrici:

- $A = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

- $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 6 & -\frac{1}{2} & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

- $C = \begin{pmatrix} 0 & k-1 & 0 \\ -1 & 0 & k-1 \\ k & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Esercizio 3 Siano $A, B, C \in M_n(\mathbb{R})$ e siano $M, N \in M_{2n}(\mathbb{R})$ le seguenti matrici:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} A & 0 \\ B & C \end{pmatrix}$$

Si dimostri che $\det(M) = \det(A) \cdot \det(C) = \det(N)$.

Esercizio 4 Verificare attraverso un esempio che date due matrici quadrate $A, B \in M_n(K)$ con K campo allora $\det(A+B) \neq \det(A) + \det(B)$.

Esercizio 5 Determinare, utilizzando il determinante, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui le seguenti matrici hanno rango massimo:

$$- A = \begin{pmatrix} 1 & k & k \\ 1 & 1 & k \\ 2 & k & 1 \end{pmatrix}$$

$$- B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & k \\ 1 & k & 2 & 1 \\ k+1 & 0 & 1 & k+1 \end{pmatrix}$$

$$- C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & k & 1 & k \\ k & 2 & k & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$- D = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ k-1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ k & 2k & k \end{pmatrix}$$

Esercizio 6 Si dimostri che data una matrice ortogonale $M \in O_n(K)$ con K campo allora $\det(M) = \pm 1$. Verificare inoltre che $O_n(K)$ è un sottospazio vettoriale di $M_n(K)$.