**Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica**

# TUTORATO DI GE110

Anno Accademico 2017/2018

**Docente:** Angelo Felice Lopez

**Tutori:** Alessio Rampogna e Gaudenzio Falcone

`Tutorato 7`

`26 Aprile 2018`

1. Calcolare le soluzioni dei seguenti sistemi utilizzando il metodo di Cramer (in presenza del parametro $k \in \mathbb{R}$, discuterlo).

$$\begin{cases} 2x+3y-z=1 \\ x+4y+2z=2 \\ 3x-y-z=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x+ky+2z=0 \\ kx+ky+2kz=0 \\ kx=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+3y+2z-t=1 \\ 6x+2y+2t=2 \\ 6z+t=0 \\ 2x+2z+t=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y+kz=1 \\ kx+2y=2 \\ y+kz=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} kz+z=k \\ ky+3z=k \\ 2x+ky+z=k \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x+ky+2z=1 \\ 5x+ky+kz=0 \\ x+kz=1 \end{cases}$$

2. Stabilire al variare del parametro reale quando le seguenti matrici sono invertibili. Se invertibili, trovare l'inversa con il metodo dei cofattori, altrimenti calcolarne il rango usando il principio dei minori orlati.

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & a & 1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$
- $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & c \\ 1 & c & 2 & 1 \\ c+1 & 0 & c+1 & 1 \end{pmatrix}$
- $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & c & 1 & c \\ c & 2 & c & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $D = \begin{pmatrix} c & 0 & c \\ c-1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ c & 2c & c \end{pmatrix}$
- $E = \begin{pmatrix} 3 & 0 & a \\ a & a & 1 \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix}$

- $F = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 & 0 \\ 1 & a & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & a \\ 1 & -1 & -1 & a \end{pmatrix}$

3. Sia $V$ un $\mathbb{R}-$spazio vettoriale. Consideriamo l'applicazione

$$\delta : V \times V \to V$$

tale che $\delta(P, Q) = P - Q$. Dimostrare che $V$ è uno spazio affine su sé stesso.

Se invece fosse $V = \mathbb{R}$ e $\delta(P, Q) = P \cdot Q$, possiamo concludere che $V$ è uno spazio affine su sé stesso?

4. Sia $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$. Si trovi un'applicazione

$$\delta : A \times A \to \mathbb{R}$$

che renda $A$ uno spazio affine su $\mathbb{R}$.