

Università degli Studi Roma Tre
A.A. 2022/2023
GE110 - Geometria e algebra lineare 1

Tutorato 9
3 maggio 2023

Tutori: Ilaria Cruciani & Valerio Ardizio

Esercizio 1. Determinare le equazioni parametriche delle rette di $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ aventi v come vettore direzione e passanti per il punto $r \cap s$ in ciascuno dei seguenti casi:

1. $v = (2, 4)$, $r : 3x - 2y - 7 = 0$, $s : 2x + 3y = 0$;

2. $v = (-5\sqrt{2}, 7)$, $r : x - y = 0$, $s : x + y = 1$.

Esercizio 2. Rappresentare con equazioni parametriche e cartesiane la retta passante per $A = A(1, 2, 1)$ e parallela alla retta $s : x - 1 = 2y + 3 = 1 - z$;

Esercizio 3. Dati i seguenti sottospazi affini, si trovi una base della loro giacitura:

1. $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_3 - x_4 = e\}$;

2. $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -x + z - 5y = 3\} \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y = 5\}$;

3. $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = -1 \wedge x = 2\}$.

Esercizio 4. Stabilire se le seguenti rette di $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ sono parallele e coincidenti, parallele e distinte o incidenti. In caso di incidenza si calcoli il punto di intersezione.

1. $r : x + 2y - 1 = 0$, $s : -x + y - 2 = 0$

2. $r : 3x - 2y + 1 = 0$, $s : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 4 + 6t \end{cases}$

3. $r : \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \end{cases}$, $s : \begin{cases} x = 2 + 6t \\ y = \frac{8}{3} + 2t \end{cases}$

Esercizio 5. Dati i seguenti insiemi di punti in $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, fornire dimensione, giacitura, equazioni cartesiane ed equazioni parametriche del sottospazio minimo di $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ che le contiene.

1. $A = \{(1, 0, 0), (1, 1, 1), (1, 3, 3)\}$;

2. $B = \{(1, 2, 1), (2, 5, 2), (-1, -3, -1)\}$;

3. $C = \{(0, 0, 0), (1, 2, 3), (3, 2, 1)\}$;

4. $E = \{(0, 1, 1), (4, 3, 2), (2, 2, \frac{2}{3})\}$;

5. $G = \{(1, 2, 0), (2, 0, 1), (3, 3, 3), (5, 0, 2)\}$;

6. $H = \{(1, 0, 0), (0, 1, 1), (4, 1, 0), (5, 0, -1)\}$.

Esercizio 6. Confrontare la retta $r : \begin{cases} x = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}$ con i sottospazi A, B, C dell'Esercizio 5 e dire per ognuno di essi se risulta essere contenuta, parallela, coincidente o incidente con il sottospazio. Inoltre nel caso di incidenza fornire il punto di incidenza.

Esercizio 7. Sia $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$. Si trovi un'applicazione

$$\delta : A \times A \rightarrow \mathbb{R}$$

che renda A uno spazio affine su \mathbb{R} .