TUTORATO 3 - GE210

PROF: ANGELO FELICE LOPEZ
TUTORE: MATTEO RUSSO

2 Novembre 2018
Anno accademico 2018/2019

Esercizio 1 Siano r: $2x - y + 5 = 0$ ed s: $2x - y + 3 = 0$ due rette nel piano.
(1) Calcolare la distanza di r ed s dal punto $P = (1, 1)$;
(2) Calcolare la distanza tra r ed s.
(3) Determinare il coseno dell'angolo convesso ϕ formato da r e la retta

$$t : x + y + 3 = 0$$

Esercizio 2 Data la retta

$$r : \begin{cases} x + ky - z = 0 \\ x + z = k \end{cases}$$

ed il piano $\pi : hx + y + z = 7$, dire per quali valori di k e h il piano π e la retta r sono paralleli o perpendicolari.

Esercizio 3 Determinare la distanza tra le rette r_1 ed r_2 definite da

$$r_1 : \begin{cases} x - y = 0 \\ z - 2 = 0 \end{cases}$$

$$r_2 : \begin{cases} x - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

Esercizio 4 Determinare se i seguenti endomorfismi di $\mathbb{R}^2$ sono unitari.
(1) $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $F(1, 0) = (\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ e $F(0, 1) = (\frac{3}{4}, -\frac{1}{4})$;
(2) $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $F(1, 0) = (-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ e $F(0, 1) = (-\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$;
(3) $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $F(1, 0) = (\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ e $F(0, 1) = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.

Esercizio 5 Trovare, utilizzando il *Teorema Spettrale*, una matrice ortognoale che diagonalizzi la matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & t \\ t & 1 \end{pmatrix}$$

al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$ e scriverne la corrispondente forma diagonale.

Esercizio 6 Trovare una base ortornormale di $\mathbb{R}^4$ rispetto cui l'endomorfismo F così definito

$$F(x,y,z,t) = (x+y+z+t, x+y+z+t, x+y+z+t, x+y+z+t)$$

abbia un'espressione diagonale.

Esercizio 7 Diagonalizzare al variare di $k \in \mathbb{R}$ la forma quadratica su $\mathbb{R}^4$ data da

$$Q(x_1,x_2,x_3,x_4) = -2x_1x_3 + x_2^2 + 2kx_1x_4 - 2x_2x_4 + kx_4^2$$

. Calcolare inoltre la dimensione del sottospazio ortogonale di $W =< (1,0,0,0),(1,1,1,0),(0,1,k,1) >$ rispetto a Q al variare di k.

Esercizio 8 Sia $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$, $\mathbf{w} \neq 0$. Sia Q la matrice data da

$$Q := I_n - \frac{2}{({}^T\mathbf{w}\mathbf{w})}(\mathbf{w}^T\mathbf{w})$$

(1) Dimostrare che Q è simmetrica e ortogonale;
(2) Sia poi $\mathbf{w}$ ortogonale a $U =< (1,0,1),(0,1,1) >$. Costruire esplicitamente Q.