TUTORATO 4 - GE210

DOCENTE: PROF. ANGELO FELICE LOPEZ
TUTORE: MATTEO RUSSO

16 Novembre 2018
Anno accademico 2018/2019

Esercizio 1 (1) Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definito da $F(1,0) = (-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$, $F(0,1) = (-\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ e sia f l'isometria associata. Verificare che si tratta di una riflessione di $\mathbb{E}^2$ e determinare la retta r rispetto cui opera f.
(2) Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definito da $F(1,0) = (\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ e $F(0,1) = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$. Classificare l'isometria f definita da F.

Esercizio 2 Costruire la traslazione di vettore $\mathbf{v} = (2, -1)$ e la riflessione di $\mathbb{E}^2$ rispetto alla retta $r : x - 2y + 1 = 0$.

Esercizio 3 Sia fissato un riferimento cartesiano $(O, \mathbf{e_1}, \mathbf{e_2})$ di $\mathbb{E}^2$. Sia f la rotazione di centro $C = (0,1)$ e angolo $\theta = \frac{\pi}{2}$ (in senso antiorario). Sia g la riflessione di asse la retta $x = 0$. Scrivere le equazioni dell'isometria $f \circ g$ e classificarla.

Esercizio 4 Sia $f : \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$ la trasformazione definita da $\mathbf{y} = A\mathbf{x} + \mathbf{c}$ con $A \in GL_2$, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^2$. Determinare se f, nei seguenti casi, è un'isometria ed in caso affermativo classificarla, trovando poi: per le rotazioni, centro e angolo di rotazione; per le riflessioni, asse di riflessione; per le traslazioni, vettore di traslazione.

a)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & -1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = (1,2)$$

b)
$$A = \begin{pmatrix} \frac{12}{13} & \frac{5}{13} \\ \frac{5}{13} & -\frac{12}{13} \end{pmatrix}, \mathbf{c} = (-5,1)$$

c)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{c} = (-4,2)$$

d)

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \mathbf{c} = (1, \sqrt{3})$$

<u>Esercizio 5</u> Si consideri la seguente affinità,

$$f : \begin{cases} x' = \frac{1}{5}(3x + 4y + 4) \\ y' = \frac{1}{5}(4x - 3y - 8) \end{cases}$$

(1) Provare che f è un'isometria e la si classifichi, specificando punti fissi e rette fisse;
(2) Detta g la traslazione di vettore $\mathbf{v} = (2, 1)$ stabilire se $f \circ g = g \circ f$.

<u>Esercizio 6</u> Sia $B = (\mathbf{v_1}, \mathbf{v_2}, \mathbf{v_3})$ una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ e sia F l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ definito dalle condizioni: $F(\mathbf{v_1}) = \frac{1}{2}\mathbf{v_1} - \frac{3}{2}\mathbf{v_3}$, $F(\mathbf{v_2}) = 2\mathbf{v_2}$, $F(\mathbf{v_3}) = -\frac{3}{2}\mathbf{v_1} + \frac{1}{2}\mathbf{v_3}$.
(1) Determinare una base e la dimensione di nucleo e immagine di F;
(2) Stabilire se F è un automorfismo simmetrico di $\mathbb{R}^3$;
(3) Trovare una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ fatta da autovettori di F.