Decimo Tutorato GE210

12 DICEMBRE 2019
A.A. 2019/2020
DOCENTE: ANGELO FELICE LOPEZ
TUTORI: GIOVANNI PASSERI, MYRLA BARBOSA

Esercizio 1. *Determinare la proiettività* $f : \mathbb{P}^1_{\mathbb{R}} \to \mathbb{P}^1_{\mathbb{R}}$ *che soddisfa le seguenti condizioni:* $f([1,2]) = [1,-2]$, $f([1,0]) = [1,1]$ *e* $f([-1,2]) = [2,1]$.

Esercizio 2. *Determinare i punti fissi di ciascuna delle seguenti proiettività di* $\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$.

1. $f([x_0, x_1, x_2]) = [-\frac{1}{4}x_0 + \frac{9}{4}x_1 + \frac{3}{4}x_2, 2x_1, \frac{3}{4}x_0 + \frac{3}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_2]$;
2. $f([x_0, x_1, x_2]) = [4x_0, 2x_1 + x_2, 2x_1 + 3x_2]$;
3. $f([x_0, x_1, x_2]) = [2x_0 + x_2, 2x_1, -x_0]$;
4. $f([x_0, x_1, x_2]) = [4x_0 - 2x_1, 2x_0, 3x_2]$

Esercizio 3. *Determinare la chiusura proiettiva ed i punti impropri delle curve di* $\mathbb{A}^2(\mathbb{C})$ *aventi le seguenti equazioni:*

$$\begin{array}{ll} x + 2y^2 = 1 & x^2y^2 - 1 = 0 \\ 3y + xy + xy^2 = 0 & x^2y - xy^2 + x^2 = y \end{array}$$

Esercizio 4. *Dimostrare che, se* S, S' *sono due sottospazi proiettivi proiettivi di* $\mathbb{P}$*, allora* $\Lambda_1(S) \cap \Lambda_1(S') = \Lambda_1(L(S, S'))$.

Esercizio 5. *Siano* $k, h \in \mathbb{R}$ *e siano* $\mathcal{C}_k$*, la conica (affine o euclidea) di equazione*

$$x^2 + k(y^2 + 2y + 1) + x(y + 1) = 1$$

e $\mathcal{D}_h$ *la conica (affine o euclidea) di equazione*

$$x^2 + hy^2 = -1$$

Determinare per quali $k, h \in \mathbb{R}$ *si ha che* $\mathcal{C}_k$ *e* $\mathcal{D}_h$ *sono degeneri, semplicemente degeneri o doppiamente degeneri. Determinare poi un'isometria che trasforma* $\mathcal{C}_k$ *nella sua equazione canonica euclidea.*

Esercizio 6. *Seguire i seguenti passi per mostrare che per cinque punti in posizione generale in* $\mathbb{P}^2$ *passa esattamente una conica.*

1. *Mostrare che l'insieme delle coniche di* $\mathbb{P}^2$ *in corrispondenza biunivoca con* $\mathbb{P}^5$ *(sugg.: pensare a come è fatta l'equazione di una conica in* $\mathbb{P}^2$*);*
2. *Mostrare che per ogni punto* $p \in \mathbb{P}^2$ *l'insieme delle coniche di* $\mathbb{P}^2$ *che passano per* p *costituiscono un iperpiano di* $\mathbb{P}^5$ *rispetto all'identificazione del punto precedente;*
3. *Dedurne l'asserto.*